

清 华 大 学

综 合 论 文 训 练

题目: 特征敏感的网格处理
Feature Sensitive Mesh Editing

系 别: 计算机科学与技术系
专 业: 计算机科学与技术专业
姓 名: 周谦益
指导教师: 胡事民
辅导教师:

2005 年 6 月 20 日

清华大学综合论文训练

摘要

随着3D扫描及相关技术的进步,三角网格模型日益成为一种新兴数字媒体。基于网格模型的数字几何处理技术也得到了相应的发展。在网格模型的研究和应用中,边、角、脊、谷、凸等特征信息成为网格模型处理和理解最为关键的部分。本文引入了一种特征敏感的网格处理框架,讨论了特征敏感的几何模型的理论基础和基于此模型的网格处理方法,并将其运用到参数化、几何图象、样条曲面拟合、网格重构与简化等应用背景中。进一步的,我们运用我们的框架解决了一些模型理解问题,如特征提取、特征编辑、模型分割等。

关键字: 特征敏感, 网格处理, 参数化, 网格重构, 特征提取, 模型分割

清华大学综合论文训练

Abstract

Benefited from the development of 3D range scanning and related techniques, triangular mesh models have been recently becoming an emerging type of digital medium. Digital Geometry Processing based on triangular mesh models has achieved great progress. Features - Sharp edges, corners, ridges, valleys and prongs - has become crucial part in mesh researches and applications. In this thesis, we introduce a feature sensitive framework for mesh processing, including its theory basis and practical problems. As examples, we demonstrate the benefits of feature sensitivity for parameterization, geometry image, surface fitting and remeshing. Further more, we use our framework to solve some model comprehension problems, such as feature extraction, feature editing and segmentation.

Keywords: feature sensitive, mesh processing, parameterization, remeshing, feature extraction, segmentation.

清华大学综合论文训练

目录

| | |
|--|----|
| 摘要 | 1 |
| Abstract | 2 |
| 第一章 引言 | 5 |
| 1.1 网格模型概述 | 5 |
| 1.1.1 数字网格模型综述..... | 5 |
| 1.1.2 网格模型的形式化描述及其相关概念..... | 8 |
| 1.2 几何特征的定义及其有关概念 | 13 |
| 1.3 国际研究背景 | 16 |
| 1.1.1 对特征的研究 | 16 |
| 1.1.2 对特征敏感的几何处理的研究..... | 17 |
| 1.1.3 对于法向和特征之间关系的研究..... | 19 |
| 1.4 本文结构概述 | 19 |
| 第二章 理论框架描述 | 21 |
| 2.1 FS度量..... | 21 |
| 2.2 FS度量的几何特性..... | 21 |
| 2.3 一些实践相关的细节的讨论 | 24 |
| 2.3.1 FS空间内的离散模型 | 24 |
| 2.3.2 尖锐的边和尖锐的角点..... | 25 |
| 2.3.3 噪声和尺度 | 27 |
| 第三章 特征敏感的参数化方法及基于参数化的一些应用 | 30 |
| 3.1 特征敏感的参数化方法 | 30 |
| 3.2 特征敏感的几何图象 | 32 |
| 3.3 特征敏感的表面拟合 | 33 |
| 第四章 特征敏感的网格重构算法 | 36 |
| 4.1 特征敏感的网格重构算法 | 36 |
| 4.1.1 误差扩散 (Error Diffusion) 分布初始点 | 36 |
| 4.1.2 粒子分布 | 37 |

清华大学综合论文训练

| | | |
|----------------------|--------------------|----|
| 4.1.3 | 连接正确的拓扑关系..... | 38 |
| 4.1.4 | 测地距离 | 39 |
| 4.1.5 | 性能优化 | 41 |
| 4.1.6 | 结果分析 | 43 |
| 4.2 | 多分辨的网格重构算法 | 44 |
| 第五章 特征提取、识别及编辑 | | 46 |
| 5.1 | 特征的提取 | 46 |
| 5.1.1 | 特征滤波 | 47 |
| 5.1.2 | 形态学操作 | 49 |
| 5.1.3 | 特征敏感的多边形光顺算法..... | 50 |
| 5.2 | 特征的分类识别 | 51 |
| 5.2.1 | 谷线和脊线 | 52 |
| 5.2.2 | 凸 | 53 |
| 5.2.3 | 用于增强分类结果的切割方法..... | 53 |
| 5.2.4 | 结果分析 | 55 |
| 5.3 | 基于特征分类的特征编辑 | 55 |
| 第六章 网格分割算法 | | 58 |
| 6.1 | 算法框架描述 | 58 |
| 6.2 | 距离计算 | 58 |
| 6.3 | 多分辨的网格分割 | 61 |
| 6.4 | 结果分析 | 62 |
| 第七章 结论与未来展望 | | 65 |
| 参考文献 | | 66 |
| 致谢 | | 70 |
| 声明 | | 71 |
| A Brief Survey | | 72 |

清华大学综合论文训练

第一章 引言

1.1 网格模型概述

1.1.1 数字网格模型综述

随着三维扫描技术及其有关的存储、转换、处理等硬件技术的发展，继上世纪 70 年代兴起的数字音频、80 年代以来的数字图像、90 年代以来的数字视频之后，本世纪初，一种新的数字媒体形式：数字几何，已经出现并得了日益广泛的应用（图 1-1）。

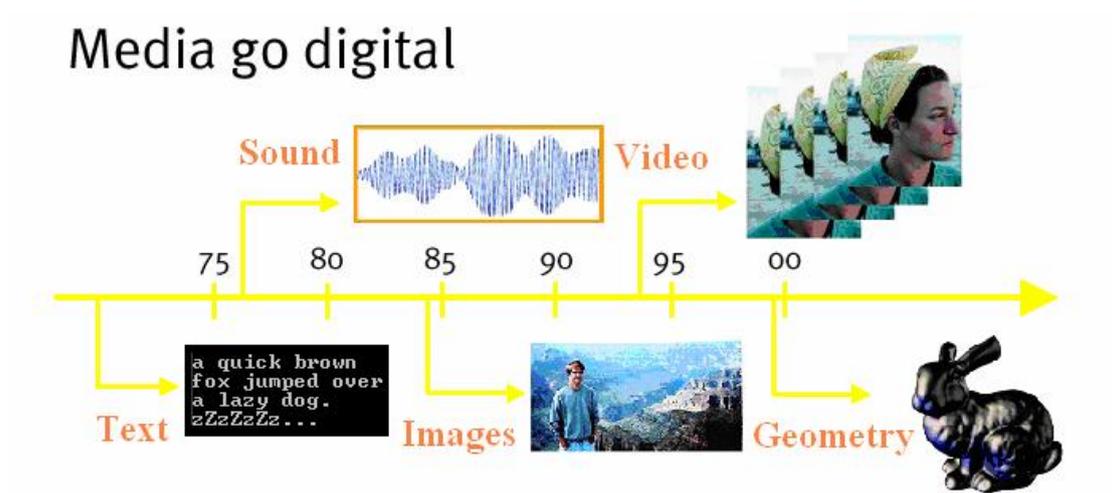


图 1-1：数字几何作为一种新兴的数字媒体

随着数字几何的应用，迫切需要一种适用于数字几何的获取、存储、编码、传输、显示等的媒介。而随着三维扫描技术和网格重建技术的日益成熟，多边形网格模型逐渐在数字几何模型中脱颖而出，成为现在国际上表示和处理几何模型的主流媒介。网格模型主要有以下一些优点：

- (1) 多边形网格模型比较易于获取，通过成熟的三维扫描技术和网格重建的方法，可以获得大量的模型。其中包括无法得到原始设计图的人工模型（如手工设计的机械模型，手工艺品等），有些是自然界的物体，如动物模型、人体模型等；对于这些模型，采用三维扫描技术是最为廉价的快速的方法。另一方面，对于其他几何模型，如点云模型、样条曲面模型、体数据模型、CAD

清华大学综合论文训练

模型，也都能够使用非常简单的算法转化成网格模型。因此，网格模型逐渐成为最为通用的几何模型；

- (2) 理论上说，多边形网格模型可以任意精度地逼近任何复杂的曲面。随着计算机处理能力的增强以及采用更新更好的技术，可以处理的多边形网格的规模越来越大，精细程度越来越高，表现能力也随之越来越好；
- (3) 多边形网格模型只保留了物体最为重要的可视信息：表面信息。一方面这使得它保存的信息量大大减少（比起体数据而言），结构也比较简单，但是另一方面也使得在处理变形等问题的时候遇到新的挑战；
- (4) 多边形网格模型与硬件绘制的需要非常接近。实际上，现在微机中所用的显示卡，基本上都采用基于多边形网格的绘制方式，并对这种绘制方式进行了极大的优化。当绘制其他形式的几何模型时（如绘制样条曲面、CSG 模型、点云），也一般在绘制的时候转换成网格进行绘制。

图 1-2 显示了一些网格模型的例子。

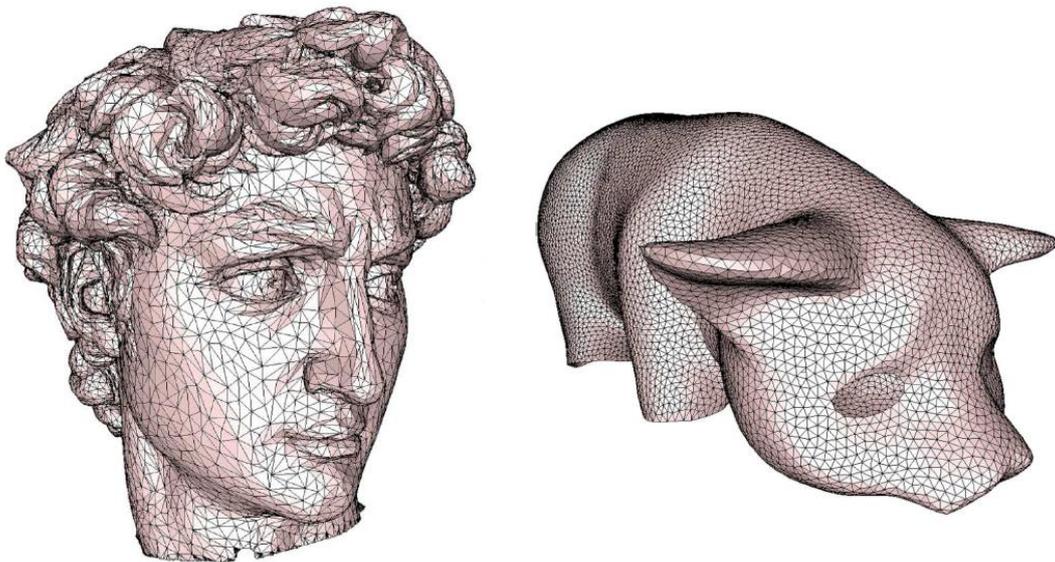


图 1-2: 网格模型的例子 (from [Alliez2003b]), 左图是简化过的 david 头, 右图是小猪模型

在全世界图形学工作者的努力下，多边形网格的处理技术已经获得了长足的进步，但是，目前的研究仍然存在一些问题，包括：

清华大学综合论文训练

- (1) 针对不同应用，往往对多边形网格有不同的要求。比如说对于三维绘制，只需要多边形网格具有最基本的信息：每一个面片各个顶点的位置信息；而对于网格上的另一些操作（如参数化），则需要网格具有一些精细的特性，如：需要网格具有足够好的拓扑关系（即：尽量避免网格上有“洞”出现）。而一般通过扫描得到的模型只能满足一些基本的要求。因此如何改善网格的质量是一个持之以恒的话题。
- (2) 对于一个多边形网格，一般来说较平的地方含有的信息量比表面变化剧烈的地方含有的信息量要小。但是绝大部分现有的算法对这两者都是一视同仁。如何挖掘模型“特征”中包含的信息，也是近年来研究的热点。
- (3) 如何使机器具有智能？在网格模型方面就是要使机器具有理解模型的能力，这方面的工作包括网格的匹配、特征识别、网格的分割，是比较前沿的工作。
- (4) 虽然处理能力在不断提高，但是为了表示复杂的曲面，所采用的多边形网格模型可以非常复杂。如 Stanford 大学的 M. Levoy 主持的 Digital Michelangelo Project ([Levoy2000])，该项目通过一整套三维扫描硬件和三维重建软件，完成了一些大型雕塑的三维数字化。原始数据库(包括 David 像)包括 100 亿个多边形和 40,000 幅彩色图像，数据量达到了 250GB。其中的 David 像(图 1-3)，就包括 20 亿个多边形和 7,000 幅彩色图像。

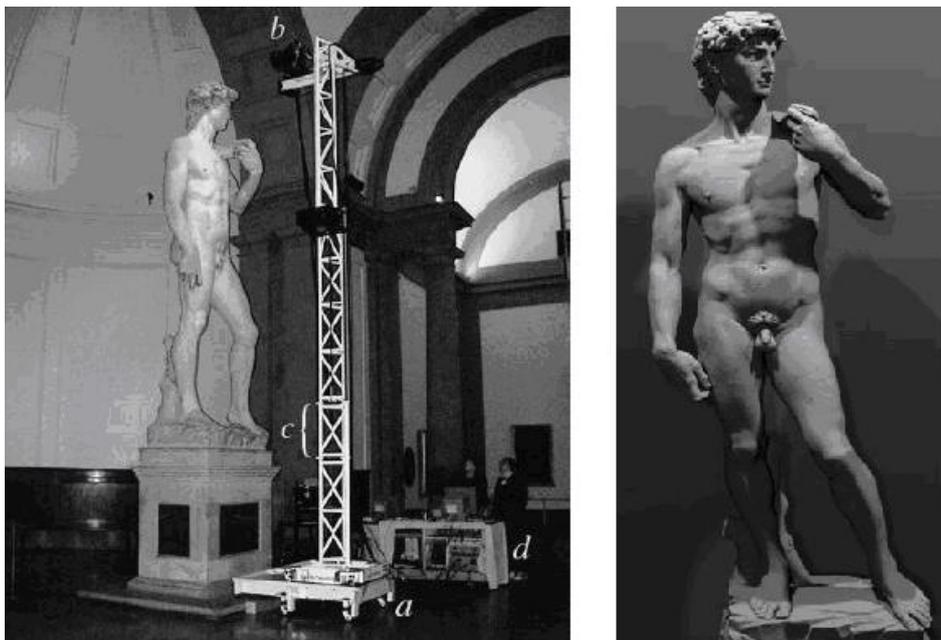


图 1-3 Digital Michelangelo 项目，左图为施工现场，右图是 2M 面片渲染的结果

清华大学综合论文训练

1.1.2 网格模型的形式化描述及其相关概念

直观的讲，多边形网格模型是由面片构成的分段线性表面，这些面片沿着边互相粘贴在一起。多边形网格模型可以看成是 R^3 空间内的 2 维流形 (2D-manifold in R^3)。一般而言，多边形网格模型的面片都是三角形，这是多边形网格也称作三角形网格模型 (除非特殊说明，以后的论述均针对三角形网格模型)。

三角形网格模型 M 可以形式化的表示成三元组 (V, K, P) ([Hoppe1993; Hoppe1996])。其中， $V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}, v_i \in R^3$ ，表示网格的各个顶点的三维几何坐标 (在 [Hoppe1993] 中，也成为几何实现，geometric realization)。 K 是描述网格中各点、边、面的连接关系的单纯复形 (simplicial complex)，它包括以下三个组成部分：构成网格的各个顶点 $\{1, 2, \dots, m\}$ (0-simplices)，由相邻顶点 $\{i, j\}$ 构成的边 (1-simplices)，由三个顶点 $\{i, j, k\}$ 构成的面 (2-simplices)。图 1-4 显示了一个网格的片段。 P 是描述网格除空间坐标以外的属性信息的集合，这些信息包括：散射颜色 (diffuse color)、法向方向 (normals)、纹理坐标 (texture coordinates) 等连续属性 (scalar attributes)，也包括每个面的材质类型、渲染方式等离散属性 (discrete attributes)。一般来说 P 集合内的属性都是定义在 K 的某个子集上的向量函数。

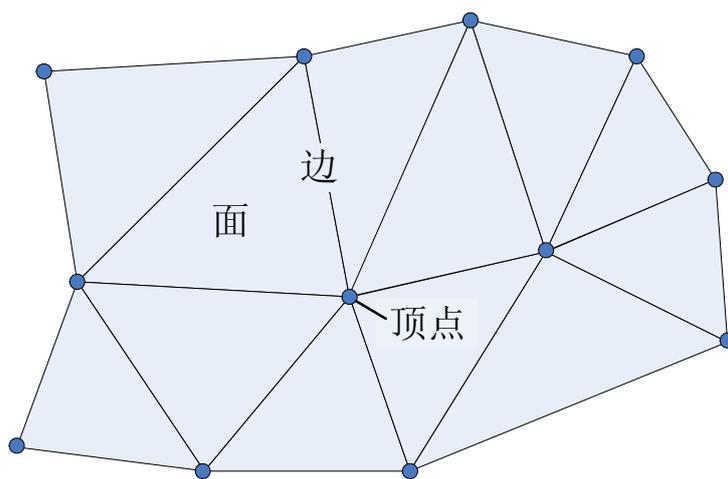


图 1-4 一个三角形网格模型的局部

简单的说，三元组 (V, K, P) 从三个不同的角度刻画了一个网格的特性， V 描述了网格所包含的几何信息， K 描述了网格所包含的拓扑信息， P 则在这两者

清华大学综合论文训练

的基础上补充了除几何性质以外的一些信息。关于网格最关心的问题往往和网格的几何信息密切相关，因此绝大部分网格的问题一般只涉及到 V 和 K ，这也是本论文研究的重点。

下面介绍网格处理中一些常用的方法及其概念：

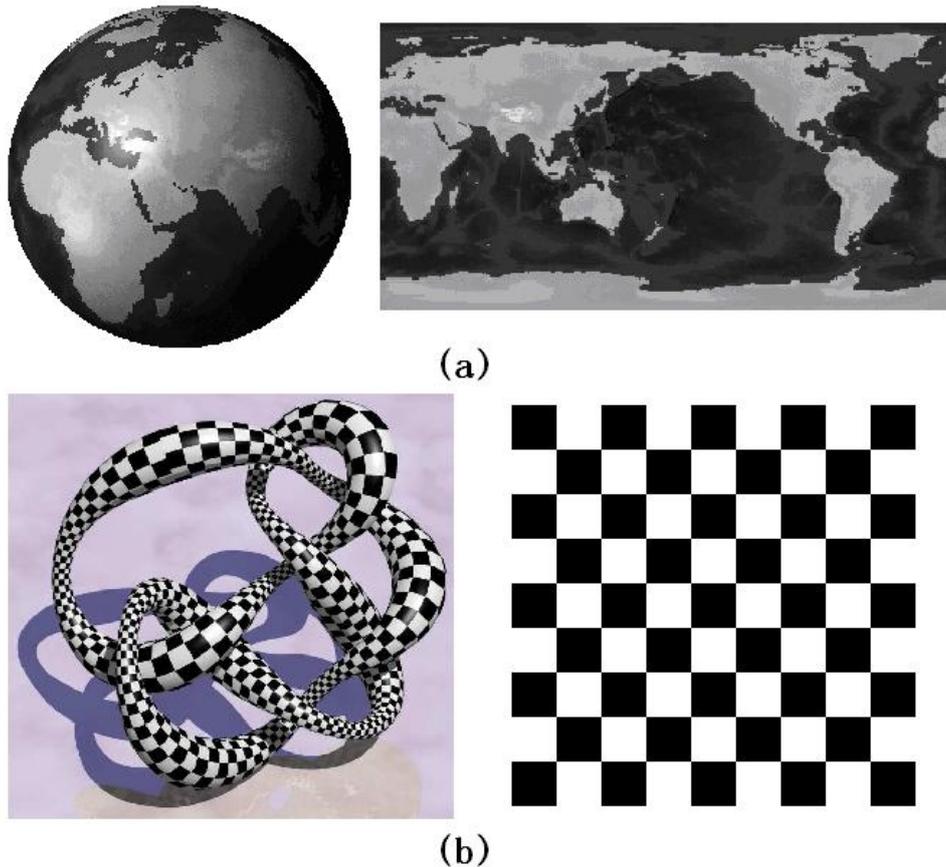


图 1-5 参数化的可视化方法：(a)将一个带地球纹理的球模型显示在平面参数域上；

(b)在一个结模型上根据参数化结果贴上棋盘状的纹理

- (1) **参数化**：网格模型可以看成 R^3 空间的二维流形，因此一种有效的处理网格的方法是给网格上的每一个点对应一个二维的坐标值。用形式化的方法讲，就是建立从网格模型 M 到参数域 ϕ ($\phi \subseteq R^2$) 的一个一一映射 f 。显然，一般情况下不存在一个映射 f 能够使得参数域上的几何信息（如边的长度，两条相邻边的夹角，面的面积大小等）和原始网格上的几何信息完全相等。因此，一般的参数化方法都是针对其中一两种几何信息进行优化，使得它们尽可能

清华大学综合论文训练

在参数域上和和原始网格上保持一致。参数化具有的这个特性是它的第一个难点。其第二个难点是参数化的结果与网格的亏格（genus）有关：如果模型的亏格大于0，则无法建立其与平面或球面的一一对应，因此在处理此类网格时需要对网格进行切分（成熟的工作如[Erickson2002]、[Gu2002]等），另一方面，即使是和平面或球面同胚的网格，进行切分也能够使得参数化的效果变好（扭曲变小）。对于完成了参数化的网格模型，一般有两种将参数化可视化的方法：一是将网格上的拓扑、纹理等信息按照参数化的结果显示在平面参数域上（如图 1-5(a)），另一种方法是将一张黑白相间的棋盘形纹理按照参数化的结果贴在网格上（如图 1-5(b)）。

- (2) **几何图象**：几何图象是一种基于表面参数化的概念[Gu2002]。将网格上的信息（点的坐标、法向、颜色、纹理等）通过参数化的方法映射到一张规则的平面区域上（一般取矩形区域），并用这个区域内的离散点来储存该信息。得到的类似图像的二维数组称作几何图象。几何图象能够很方便用图像来存储或处理三维的网格，是非常实用的方法（图 1-6）。

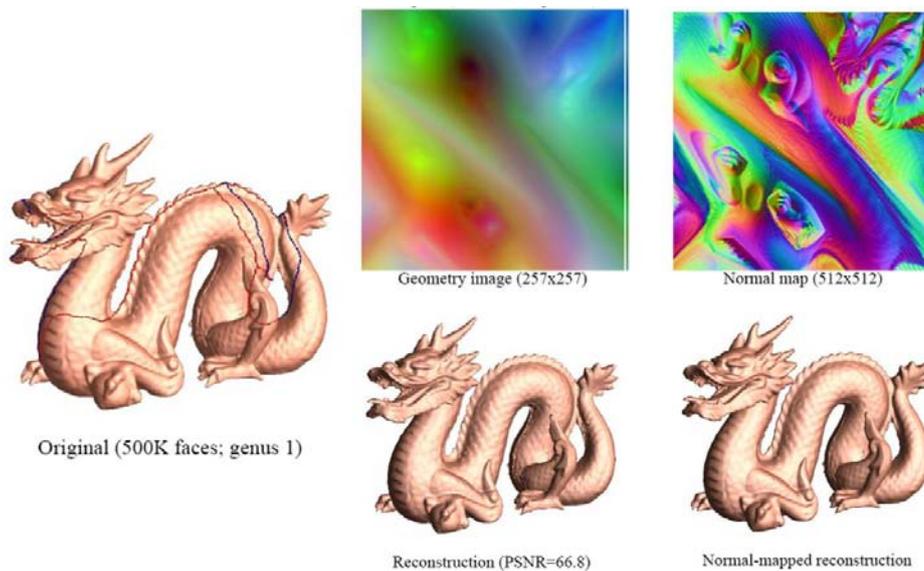


图 1-6 几何图象，左：分割过的原始模型；中上：坐标的几何图象；中下：根据几何图象恢复出的几何模型；右上：法向的几何图象；右下：综合中上和右上恢复出的几何模型

- (3) **表面拟合**：表面拟合是反向工程（reverse engineering）中的概念[Varady2002]，指用样条曲面来拟合网格模型的行为。一般来说拟合算法追求样条曲面和网

清华大学综合论文训练

格表面的某种几何误差（比如说网格各个顶点到样条表面对应点的距离平方和）最小。比较成熟的表面拟合方法往往进行以下三个步骤：将模型分片成易于拟合的片段；对每一个片段作参数化，将其映射到平面的矩形区域上，模型上的采样点对应的参数值也就是该点在样条曲面（样条曲面的形式是参数曲面）上对应的参数值；优化一个能量函数，使得样条曲面收敛到与网格模型尽量接近的位置。一些扩展的算法（如[Pottmann2003]）抛弃了第二步中的参数化方法，而在每一步迭代之后都通过求采样点到现在曲面的投影对应的参数值作为新的参数值。曲面拟合的例子见图 1-7。

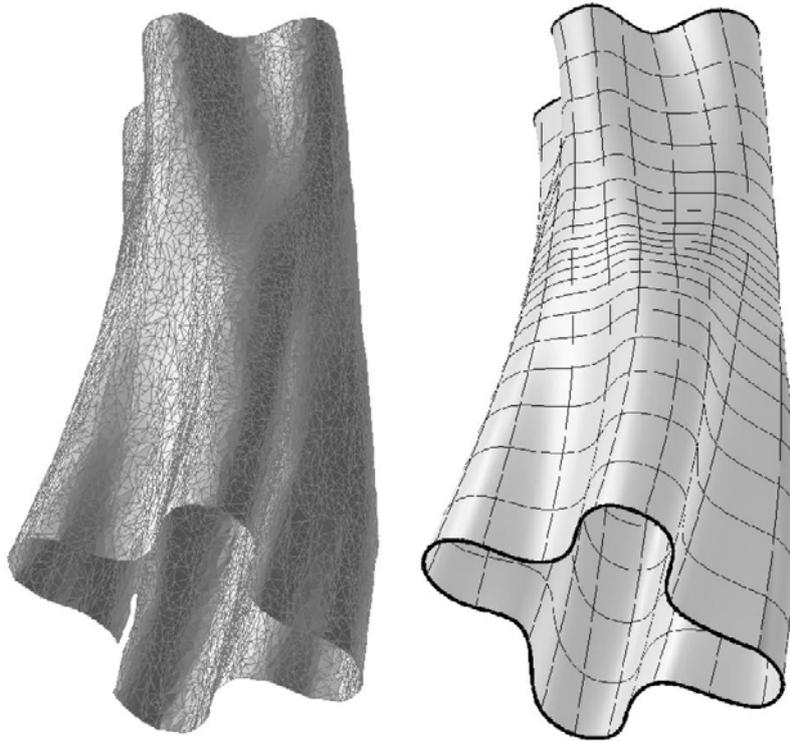


图 1-7 曲面拟合的例子。左为原始网格模型，右为 B 样条拟合的结果

- (4) **网格重构与重采样**：扫描得到的网格模型往往存在各种缺陷，其中包括：拓扑结构不正确，某些地方可能会存在小的破洞；存在质量非常差的三角面片（一般的网格处理方法擅长处理类正三角形的面片，而对于最短边长/最长边长 ≤ 0.01 的近似退化三角形面片，会严重影响算法的结果，我们称这样的三角面片为质量很差的三角面片），甚至存在重点、重边或重面；由于构造算法的缺陷，构造出了一些有缺陷的结构，如非常小的环、小

清华大学综合论文训练

毛刺等。因此，一般需要通过调整点的位置、改变网格的几何拓扑等方法来构造和原网格差别非常小但是具有良好几何性质的网格，这一步骤称作网格重构。目前最重要的网格重构工作主要分为各向同性的网格重构（isotropic remeshing）和各向异性的网格重构（anisotropic remeshing）；前者追求得到的三角面片尽量类似于正三角形，后者追求网格的面片具有一种向着曲率变化小的方向拉伸的效果（如图 1-8）。同样的，扫描得到的点云数据也有类似的问题，而对点云数据的调整则成为对点云的重采样。

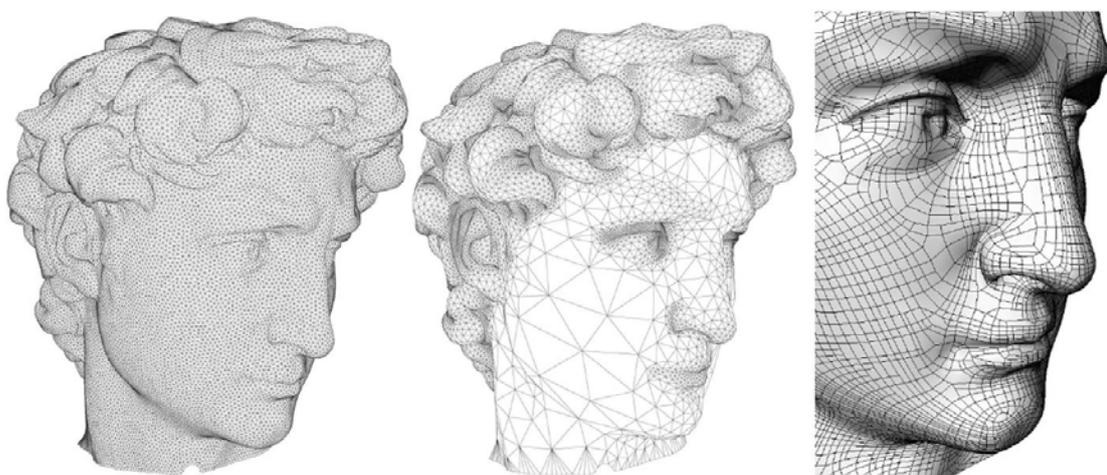


图 1-8 网格重构的示意图，模型为 David 头，左：各向同性的网格重构；
中：曲率相关的各向同性的网格重构；右：各向异性的网格重构（部分）

- (5) **特征提取与特征识别**：在对网格的理解过程中，一项非常重要的操作是从网格中提取并识别出特征性质，这包括脊（ridge，两边低中间高的部分）、谷（valley，两边高中间低的部分）、凸（prong，四周低中间高的部分）等。对特征的提取和识别体现在从网格中标记出这些特征片段，并正确的识别它们的类型。一些初步的工作见[Ohtake2004]，图 1-9 显示了其中的结果。
- (6) **模型分割**：模型分割同样是一个网格理解的概念。它特指将网格 M 分成互不相交的 n 块 M_1, M_2, \dots, M_n ，其并为 M 。对于其中的每一块，必须具有明确的心理学意义。模型分割的结果的好坏取决于该分割与一般人心理学上认同的分割是否相同。图 1-10 显示了一些模型分割的例子。

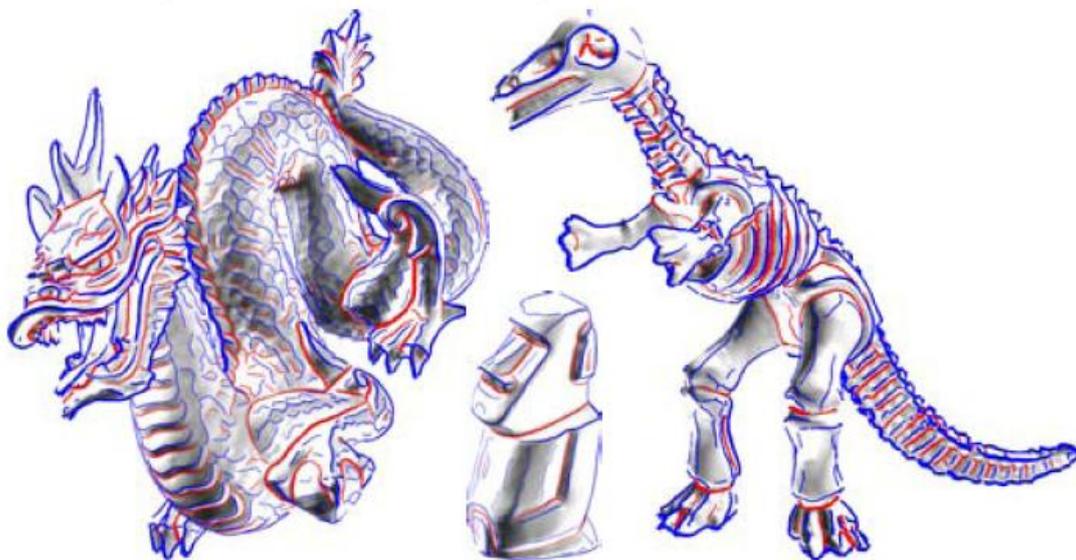


图 1-9 网格特征提取及识别的例子，蓝色为脊线，红色为谷线

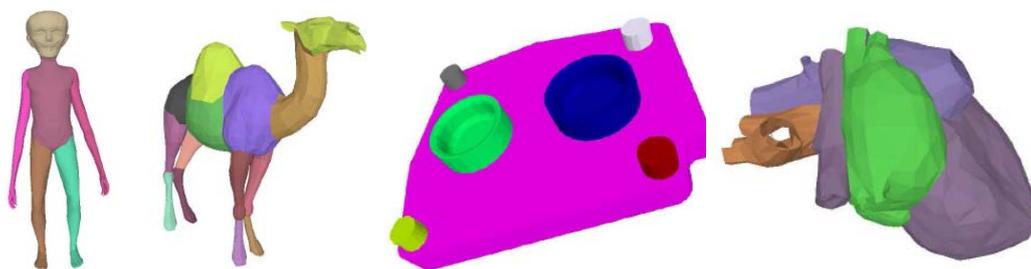


图 1-10 网格分割的例子，不同的颜色代表一个模型中不同的块

1.2 几何特征的定义及其有关概念

一般意义上来说，具有相似性的物体比较易于研究，但作为一个整体，由于其具有的相似性，使得其本身蕴含的信息量也随之减少。在网格这个特例上，类似平面、柱面、球面等大面积光滑表面由于具有空间平移相似性，使得其在处理上容易的同时信息量也大大不足。换言之，在对网格的研究上，人们更加关心那些变化剧烈的地方，利用这些被称之为**特征**地方体现出的几何信息来进行网格处理，在目前国际网格研究方向上是一个潮流。在很多方面，如注册（registration）、表面拟合（surface fitting）、网格重构（remeshing）等方面，最

清华大学综合论文训练

新的算法已经越来越关注特征地方所提供的几何信息。也正因为如此，特征敏感（feature sensitive）这个词汇越来越多的出现在国际一流论文的标题里。

一般认为，特征区域是指网格模型中曲率较大的地方。但是曲率的大小只是一个相对的概念，特别的，当网格的尺度改变时，曲率也会随之改变。因此特征也一般被认为是一个多尺度的概念，这与心理学上的理解也有一定的相似之处。在心理学意义里，当一个不是极端尖锐的特征经过了足够的放大之后，会觉得该处是平滑的（如图 1-11）。

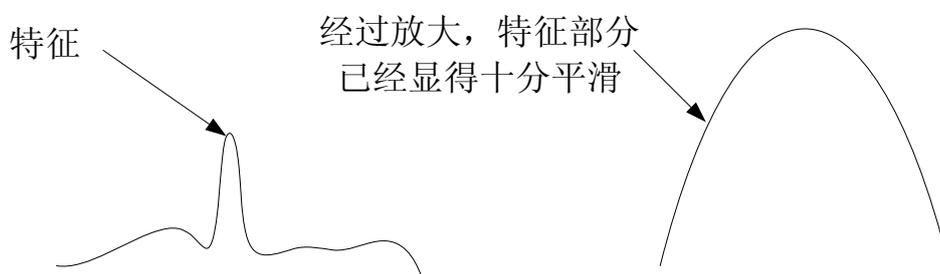


图 1-11 特征：多尺度的概念

在几何模型的特征处理中，可以将特征分为两大类：CAD 模型中普遍存在的极端尖锐的特征和扫描模型中存在的较平滑的特征。

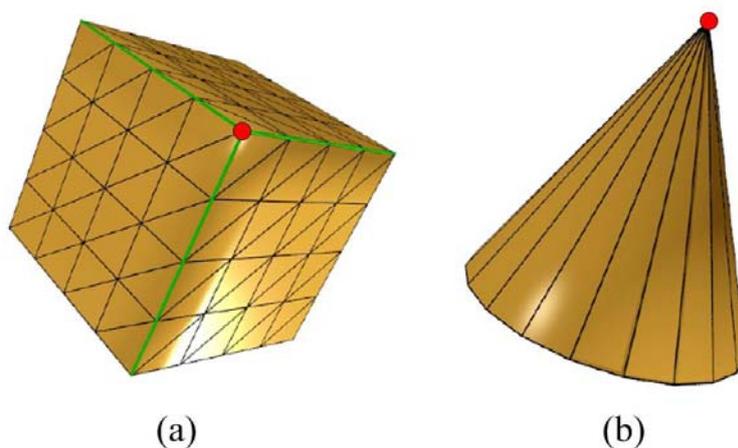


图 1-12 尖锐的边和尖锐的角点，(a)中绿线显示了尖锐的边；(b)中红色的点是角点

清华大学综合论文训练

对于极端尖锐的特征，就是指不管经过多少尺度的放大，该特征仍然显示出其固有的特征，该处的曲率为 ∞ 。这一类特征主要包括：由两片光滑曲面相交得到的尖锐的边（sharp edge），如图 1-12(a)；和由三片以上光滑曲面相交得到尖锐的角点（corner），如图 1-12(b)。这里的相交包含曲面自交的情况。

对于较平滑的特征，一般存在于扫描模型当中。这里实际上将扫描模型看成是对连续光滑曲面的离散近似，而特征则是指原连续光滑曲面上的特征，这些特征处的曲率为有意义的实数。这一类特征主要包括：脊（ridge），两边低中间明显突起的线；谷（valley），两边高中间明显凹陷的线；凸（prong），四周低中间明显突起的区域。如图 1-13 所示。



图 1-13 对 Asian Dragon 模型使用我们的特征提取及识别算法的结果；

桔红色的是脊，蓝色的是谷，紫色的是凸

清华大学综合论文训练

1.3 国际研究背景

1.1.1 对特征的研究

模型特征，特别是模型上的特征线，很早就被从微分几何（differential geometry）的角度来看待[Porteous1994]。因此，通过对几何模型表面微分信息的分析来提取特征线，是同类研究中常用的技术。由于常用的网格或者点云模型具有离散曲面的特征，其一阶微分不可导，因此此类技术常常通过对离散模型进行局部的或者全局的曲面拟合，通过使用一张光滑的隐式曲面或者参数曲面来逼近离散模型，之后通过对此光滑表面上的点求微分来分析表面的微分性质，从而进一步提取出模型的特征线。

此类工作中较新的且具有代表性的工作如[Ohtake2004]。简单的来说，该方法引入了一种称之为 RBF 的全局多尺度的隐式曲面拟合方法[Ohtake2003, Ohtake2004]。将离散表面（在他们的文章里，此表面由网格 M 表示）拟合成一张多尺度的隐式曲面 F 。继而通过将原始离散表面上的点 p_i 向该曲面求投影得到投影点 p_i^* 。估计每一个投影点 p_i^* 在该曲面上的两个曲率、对应的曲率方向，以及该曲率在此方向上的导数：

$$\left(k_{\max}(p_i^*), \mathbf{t}_{\max}(p_i^*), e_{\max}(p_i^*)\right), \left(k_{\min}(p_i^*), \mathbf{t}_{\min}(p_i^*), e_{\max}(p_i^*)\right)$$

紧接着，通过判断一条边上是否存在最大曲率的极值点（该曲率导数的过零点）来判断这条边上是否属于特征的点。识别出所有这些属于特征的点以后，再将距离相近的所有这些点连接起来。结果图参见图 1-9。

这个方法由于使用了多尺度的曲面拟合方法，因此适用于进行多尺度的特征检测。其主要缺陷在于：由于使用的曲面拟合方法是一种全局的隐式曲面拟合方法，因此速度非常缓慢；而且由于使用了对曲率的估计和对曲率导数的估计，会使得算法难以鲁棒（robust），同时对噪声信息过于敏感（sensitive to noise）。

实际上，对于多数特征相关的算法，都或多或少使用了曲率的概念，往往具有上述的第二个弱点。因此，也有一部分研究者提出了利用积分不变量（integral invariants）来改善估计的想法[Clarenz2004a]。通过使用这些积分不变量可以避免一些不稳定的微分算子，直接处理原始的几何信息有利于提高算法的鲁棒性。

清华大学综合论文训练

1.1.2 对特征敏感的几何处理的研究

在目前国际主流的特征敏感问题研究中，一般的研究工作都是针对特定的情况，通过对一些传统的算法加入一些特征敏感的算法来实现的。这里面具有代表性的工作有：

- (1) 从体数据 (volume data) 中抽取特征敏感的网格[Kobbelt2001; Ju2002]。以 [Kobbelt2001]的方法为例，如图 1-14。在传统的 Marching Cubes 方法 [Lorensen1987]的基础上，使用一个曲率估计算法，对于曲率大的地方，认为是特征相关的区域，在这些区域通过添加一些尖锐的边和角点来实现网格的还原。这种算法能够最好的解决 CAD 模型到体数据到网格转换流水线中特征缺失的问题。[Ju2002]省略了此算法中的曲率估计步骤，将此算法推广到一般的扫描模型，并解决了该算法中存在的数值误差问题。

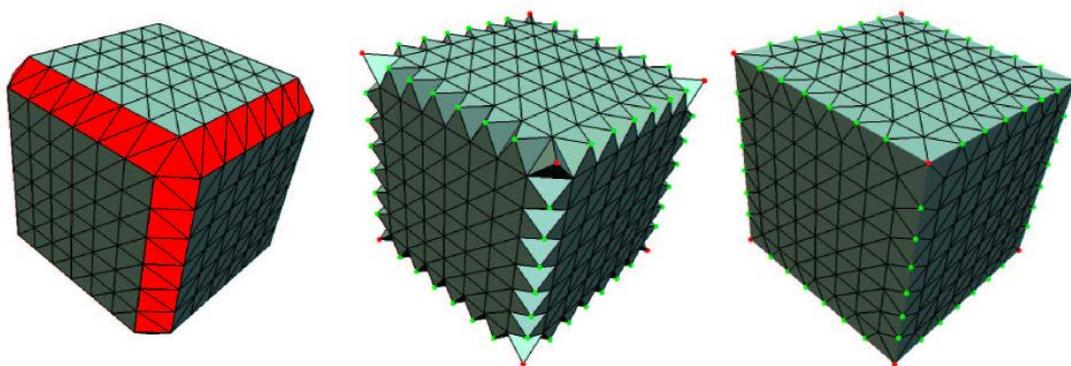


图 1-14 [Kobbelt2001]中描述特征敏感的网格提取算法，左：Marching Cubes 方法的结果；中：对大曲率区域添加点的结果；右：最终结果，绿色为添加的尖锐边点，红色为角点

- (2) 特征敏感的网格重构方法 [Vorsatz2001; Alliez2002; Alliez2003a; Alliez2003b]。这些网格重构方法的共同特征是：基于一种通用的网格重构方法，但是在针对某个目标进行优化的时候将该区域的曲率作用于优化目标的某个因子上（如当以边长 e 为主优化目标时乘以该处高斯曲率得到 ek_G 作为最终优化目标），这样就能得到平坦——曲率低的区域网格稀疏，特征——曲率高的区域网格稠密的效果。选择不同的曲率作为影响因子还能够得到不同的网格重构效果，比如说选择高斯曲率则能得到曲率相关的各向同性网格（图 1-8 中），而选择带方向的曲率则能得到各向异性网格（图 1-8 右）。

清华大学综合论文训练

- (3) 特征敏感的网格滤波和光滑方法[Bajaj2003; Hildebrandt2004; Polthier2004; Jones2003]。这些工作的特点是在大尺度上保留网格的特征，而在小尺度上将高频的几何信息舍弃。这样做的优点是很好地区分了特征和噪声，这方面的工作大量的用于去噪及网格光顺算法。图 1-14 显示了这方面工作的一个例子。

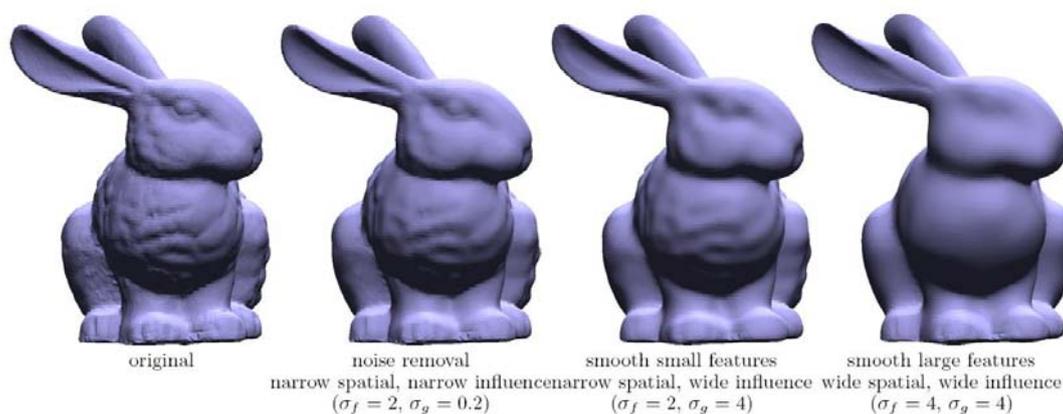


图 1-15 特征敏感的网格滤波及网格光顺，左：原始模型；

右三图：使用不同的滤波参数得到的不同程度的光顺结果

- (4) 基于特征的模型分割算法[Katz2003; Liu2004]。一般来说，模型分割算法可以分为基于区域的分割和基于线条的分割。基于线条的分割方法要求识别出闭合的特征曲线，用许多这样的特征曲线将模型分割成多个部分；由于这种方法难以处理扫描模型，目前国际上前沿的文献里并不多见。另一种方法是基于区域的分割方法，这种方法最主要的特征是定义一种根据心理学意义上的距离，之后对网格上的每两点计算之间的距离值（由于网格常常是离散化的，这里的距离值也常常以面片为记录的单位），再通过一个 k -近邻聚类算法，经过反复的迭代得到最终的分块结果。这其中最为关键的步骤在于定义心理学意义上的距离，目前主流的做法是认为此距离与两点间的测地距离（geodesic distance）有关，并且这种测地距离的定义应该是和特征有关的，即：应该使测地线难以通过特征区域。图 1-10 显示了目前国际上最新算法的一些结果。这些算法仍然存在一些问题：如很多算法使用相邻面片的二面角作为曲率估计的结果，使得结果极不鲁棒；由于要计算任意两个面片之间

清华大学综合论文训练

的距离值，使得面片的数目不能太多，这就需要对原始网格进行简化，最终分片的结果极其依赖于面片简化算法，特别的，经过面片简化算法之后，较小的特征将难以被保存，使得难以获得精细的分割结果。

1.1.3 对于法向和特征之间关系的研究

本篇论文描述的理论框架主要探讨了如何回避计算曲率及其导数，而通过法向及其其他一些积分不变量来处理特征问题的一些手段。因此，有必要在这里介绍一下近期关于法向和特征之间关系的研究工作。

[Cohen-Steiner2004]探讨了如何更好的近似表面的问题（类似于面片简化算法，用很少的面片逼近复杂的几何模型）。这篇文章中使用了传统的 Lloyd 的聚类算法，但是在估计几何误差（优化目标）时，作者引入了曲面的法向作为一个度量的标准。

[Sander2002]从另一个侧面考察了法向和特征的关系。这篇文章将法向看成是在网格表面这一二维流形上定义的一个值域在 R^3 内的信号。经过他们的分析，最终能够得到和我们的特征敏感的几何图象（第 3 章）相类似的结果。

[Pottmann2004]第一次提出了将网格映射到 R^6 空间的思想，但是这篇文章侧重于讨论这种度量在曲面上的性质，并且只给出了一些简单的应用，对于图形学方向的应用贡献很小。

1.4 本文结构概述

本文侧重介绍一种特征敏感的网络处理框架。

第一部分简介了论文中可能涉及的一些相关概念，解释了论文的题目；并描述了该研究方向目前国际上的研究背景。

第二部分侧重于描述特征敏感的几何处理的理论框架，主要讨论了框架的定义、该框架下几何模型具有的几何性质、以及一些实践中会遇到的问题和它们的解决方案。

第三部分给出了特征敏感的网络参数化算法，及其相关应用：包括几何图象、表面拟和等。

清华大学综合论文训练

第四部分给出了特征敏感的网格简化算法，并进一步给出了其在多尺度下工作的算法。这一部分算法是第五部分、第六部分算法的预处理。

第五部分介绍了特征信息提取、分类、编辑的算法。

第六部分介绍了根据特征信息将网格分割的算法。

第七部分总结了全文并提出未来的展望。

由于本文涉及的内容很多，大部分实验结果随各部分给出，最后没有统一的实验结果介绍。

清华大学综合论文训练

第二章 理论框架描述

2.1 FS 度量

对于嵌入在 R^3 中的任何一个 C_2 连续的二维流形 Φ ，对其上任何一点 $\mathbf{x} \in \Phi$ ，均存在法向 $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ ， $|\mathbf{n}(\mathbf{x})| = 1$ ，可将这一点唯一的映射到 R^6 空间中的点 $\mathbf{x}_f = (\mathbf{x}, w\mathbf{n}(\mathbf{x}))$ ，这里 w 是一个非负的常数。如果对 Φ 中的每一点都做这样的映射，则可将 Φ 唯一的映射成 R^6 空间中的二维流形 Φ_f 。通过直接测量 Φ_f 上的点在 R^6 空间内的曲面距离，我们得到一种度量。我们定义此度量为 **FS 度量** (**fs-metric**)，其对应的 R^6 空间称为一个 FS 空间。

注意在 FS 度量的定义中出现了常数 w ，一般来说， w 定义了法向对模型几何信息的影响程度，特别的，当取 $w=0$ 时，则完全忽略法向的作用，此时 FS 度量退化为三维空间内的曲面度量，FS 空间退化为三维欧氏空间。和特征的定义一样， w 也是一个多尺度的常数，在不同的尺度意义下应该取不同的值。在 2.3 节对 w 的取值及其相应的意义有更为具体的分析。

2.2 FS 度量的几何特性

在这一节，我们开始讨论 FS 度量、FS 空间以及 Φ_f 的几何性质。我们主要从微分几何的角度研究它们的性质，这是我们以后各个章节的算法基础。

首先，我们简单的描述一些已知的微分几何学知识[Do Carmo1976]和[Pottmann2004]中的一些结果。我们首先考虑一个曲面 $\Phi \in R^3$ 的参数化表述： $\mathbf{x}(u, v)$ 。则曲面 Φ 上的度量由曲面的第一基本形式矩阵 $\mathbf{I} = (g_{ij})$ 决定：

$$g_{11} = \mathbf{x}_u \cdot \mathbf{x}_u, g_{12} = g_{21} = \mathbf{x}_u \cdot \mathbf{x}_v, g_{22} = \mathbf{x}_v \cdot \mathbf{x}_v \quad (1)$$

其中 \mathbf{x}_u 、 \mathbf{x}_v 分别是 \mathbf{x} 对 u 、 v 的一阶导数。

现在我们将法向考虑进来，考察 Φ 在 FS 空间内的映射 Φ_f ：

$$\mathbf{x}_f(u, v) = (\mathbf{x}(u, v), w\mathbf{n}(u, v)) \quad (2)$$

考虑到法向的模长为 1， Φ_f 被包含在 FS 空间内的圆柱： $x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 = w^2$ 内。

清华大学综合论文训练

考虑曲面 Φ 上的曲线： $\mathbf{c}(t) = \mathbf{x}(u(t), v(t))$ ，其在参数平面上的表述： $\mathbf{u}(t) = (u(t), v(t))$ ，对应的，其在 FS 空间内的曲面 Φ_f 上的表述为：

$$\mathbf{c}_f(t) = [\mathbf{x}(u(t), v(t)), w\mathbf{n}(u(t), v(t))] \quad (3)$$

此时它的切向量 $\dot{\mathbf{c}}_f$ 可以由下式算出：

$$(\dot{\mathbf{c}}_f)^2 = (g_{11} + w^2 l_{11}) \dot{u}^2 + 2(g_{12} + w^2 l_{12}) \dot{u}\dot{v} + (g_{22} + w^2 l_{22}) \dot{v}^2 \quad (4)$$

其中：

$$l_{11} = \mathbf{n}_u^2, l_{12} = l_{21} = \mathbf{n}_u \cdot \mathbf{n}_v, l_{22} = \mathbf{n}_v^2 \quad (5)$$

是曲面 Φ 第三基本形式矩阵的组成部分。因而曲面 Φ_f 的拥有正定的第一基本形式矩阵：

$$\mathbf{M} = \mathbf{I} + w^2 \mathbf{III} = (g_{ij} + w^2 l_{ij}) \quad (6)$$

现在我们考虑 FS 度量中一些更重要的性质，其中之一是 FS 度量产生的扭曲 (distortion)。考虑曲面之间的映射，从曲面 Φ 到曲面 Φ_f 的映射被定义为： $\alpha: \mathbf{x}(u, v) \mapsto \mathbf{x}_f(u, v)$ ，扭曲 $\lambda(\dot{\mathbf{u}})$ (注意，扭曲是沿着方向 $\dot{\mathbf{u}} = (\dot{u}, \dot{v})$ 定义的) 定义为：

$$\lambda^2(\dot{\mathbf{u}}) := \dot{\mathbf{c}}_f^2 / \dot{\mathbf{c}}^2 \quad (7)$$

可以看成是曲线在 FS 空间与三维欧氏空间中切向量的比。代入(4)式，可以得到：

$$\lambda^2(\dot{\mathbf{u}}) = 1 - w^2 K + 2w^2 H \kappa_n(\dot{\mathbf{u}}) \quad (8)$$

其中 K 和 H 分别是 Φ 在该点的高斯曲率 (Gaussian curvature) 和平均曲率 (mean curvature)， $\kappa_n(\dot{\mathbf{u}})$ 是沿着方向 $\dot{\mathbf{u}}$ 的方向曲率 (normal curvature)。

考虑扭曲的绝对值，这是一个有非常明确几何意义的概念。

映射 α 的一阶微分形式 $D\alpha$ 也是一个 $R^3 \mapsto R^6$ 映射。对于 Φ 上一点 $\mathbf{x}(u, v)$ ，考虑此点切平面上以此点为圆心的单位圆 k ，经过映射 $D\alpha$ ， k 被映射成 FS 空间中 Φ_f 上对应点 $\mathbf{x}_f(u, v)$ 切平面上以 $\mathbf{x}_f(u, v)$ 为中心的一个椭圆 k_f 。长短轴长分别为 $\lambda_{1,2}$ ，就是我们定义的“扭曲”量的绝对值。其中 ($i=1, 2$):

$$\lambda_i^2(\dot{\mathbf{u}}) = 1 - w^2 K + 2w^2 H \kappa_i = 1 + w^2 \kappa_i \quad (9)$$

这两个扭曲分别沿着 Φ 上 $\mathbf{x}(u, v)$ 两个主曲率对应的两个主方向。 κ_i 分别表

清华大学综合论文训练

示两个主曲率。

反过来，从 Φ_f 到 Φ 的映射 α^{-1} 也存在扭曲量的概念。单位圆 l_f 同样可以通过 $D\alpha^{-1}$ 映射回三维空间的椭圆 l 。此椭圆的长短轴长分别为 $1/\lambda_i, i=1,2$ 。这些椭圆的长轴瞄准小曲率的主方向，短轴则瞄准大曲率的主方向，我们使用这些椭圆或者与这些椭圆类似的 FS 空间中的测地线来可视化 FS 空间的一些行为。通过可视化的结果，能够看到 FS 空间中的等距线在法向变化剧烈的方向被严重折叠。如图 2-1。

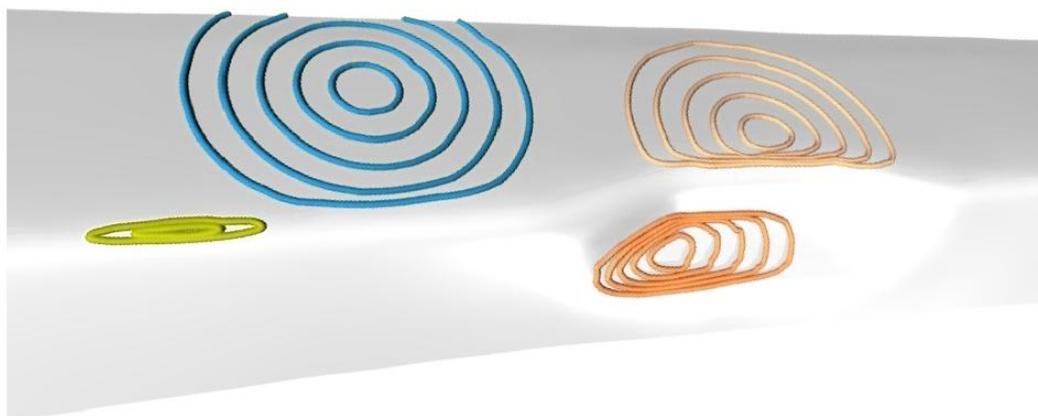


图 2-1 FS 空间中的等距线，可以看到等距线难以穿越法向变化剧烈的地区

最后，我们考虑计算 FS 空间中的面积。在 FS 度量下计算 Φ_f 的面积为：

$$A_f = \int \sqrt{\det(\mathbf{I} + w^2 \mathbf{III})} dudv \quad (10)$$

化简后得到：

$$A_f = \int \sqrt{1 + w^2 (\kappa_1^2 + \kappa_2^2) + w^4 K^2} dA \quad (11)$$

其中 dA 是 Φ 在三维空间中的面元。当 w 取很大值的时候， A_f 很大程度上决定于 $A_w := w^2 \int |K| dA$ 。换言之， Φ_f 上的区域 D_f 的面积与其在 Φ 上的对应区域 D 和可展平面 ($K=0$) 的背离程度密切相关。具体来说，就是当 w 取很大值的时候， Φ 上的区域 D 越接近平面，其在 FS 度量下的面积值就越小。

清华大学综合论文训练

2.3 一些实践相关的细节的讨论

以上讨论的都是 FS 度量意义下对 C_2 连续的光滑曲面性质的讨论。它给我们展示的直观印象是：

- (1) 在 FS 度量意义下，对长度的测量和方向曲率密切相关：沿方向曲率大的地方，长度测量结果相对较长；沿方向曲率小的地方，长度测量结果相对较短；
- (2) 在 FS 度量意义下，对面积的测量和高斯曲率密切相关：在高斯曲率大的地方，面积测量结果相对较大；在高斯曲率小的地方，面积测量结果相对较小。

但是在实践中，我们一般处理的模型不具有 C_2 连续的特征。特别是网格模型，只能保证 C_0 连续性。考虑到我们处理的模型是对连续模型的离散近似，因此我们也需要描述一些离散模型在 FS 度量下特有的性质。同时，我们还讨论了关于常数值 w 取值的问题。

2.3.1 FS 空间内的离散模型

如同在 2.2 中描述的一样，空间 C_2 连续的光滑曲面 Φ 可以通过映射 α 映射到 FS 空间的圆柱筒 $x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 = w^2$ 上。

空间网格 $\Phi^* = (V, K, P)$ 可以看成是对 Φ 的分段线性近似。因此，在 FS 空间内，我们仍然使用分段线性近似 Φ_f^* 来作为 Φ^* 在 FS 空间内的象。 Φ_f^* 通过以下步骤得到：

- (1) 对 Φ^* 中的顶点集合 V ，作用映射 α ，得到 FS 空间内的顶点集合 V_f ；
- (2) 保持 Φ^* 中的拓扑关系 K 和其余属性 P ，仅仅用 V_f 置换 V ，得到 $\Phi_f^* = (V_f, K, P)$ ，即为 Φ^* 在 FS 空间内的象。

注意此算法中不需要将网格上的每一个点都通过 α 映射到圆柱筒上，而是仅仅将每一个顶点映射到圆柱筒上。在实践中，计算面片上某一点在 FS 空间内的象通过对这个面片三个顶点在 FS 空间内的象的线性插值来实现。注意，计算出的 FS 空间内的坐标后三位并不代表该点在三维空间内的法向值，甚至都不会单位化。而由于同一个面片中的点在 FS 空间内相隔非常小的欧氏距离，因此这样的离散化在几何处理中不会引起任何问题。

清华大学综合论文训练

2.3.2 尖锐的边和尖锐的角点

在 2.3.1 的分析中，有一个重要的前提条件，就是同一个面片中的点在 FS 空间内相隔非常小的距离。这一假设在遭遇 CAD 模型中特有的尖锐的边和尖锐的角点的时候可能会失败。这是因为在这些区域，法向发生了跳变，在 FS 空间里看，在这些区域里出现了巨大的空洞。我们的做法是在这些区域中人为地添加一些点，将其长出来 (blow up)。经过这样的操作，尖锐的边和尖锐的角点在 FS 空间内巨大的空洞将被一些新长出的面填补。此时，这些模型已经可以作为正常的网格模型处理了。“长出来”操作的示意图如图 2-2 所示。

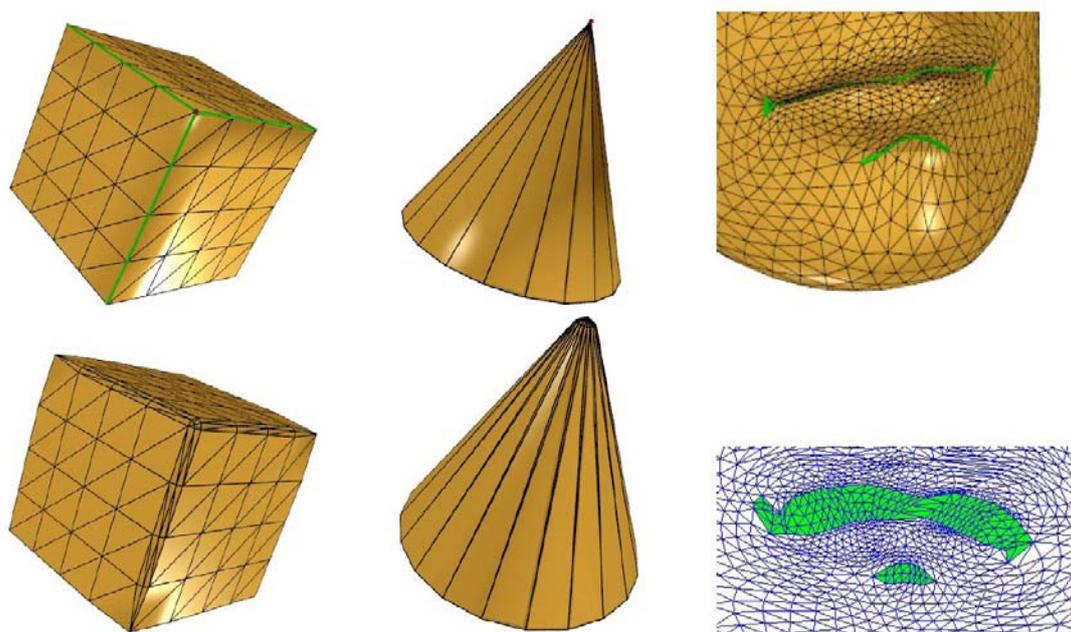


图 2-2 对于尖锐的边和尖锐的角点所作的“长出来”操作，左上、中上：尖锐的边和尖锐的角点；左下、中下：“长出来”之后多出了面片；右上： R^3 中的网格；右下：经过了“长出来”操作之后投影在参数化平面上，可以看到绿色部分（锐边）已经长成了一大片区域

“长出来”操作的算法流程如下：

- (1) **识别尖锐的边和尖锐的角点**：对于 CAD 模型，其中包含了面片相交信息，因此可以直接从中抽取出尖锐的边和尖锐的点，对于网格模型，由于其中没有同类信息，因此需要手动抽取，我们使用以下几个步骤：**(a)**对网格模型中的任意一条边 e ，我们用鲁棒的方法计算法向在穿越它时的变化 v 。对于表

清华大学综合论文训练

面状况良好、无强烈噪声、非常规则的模型（一般来说从 CAD 模型转换过来的网格模型都有这种特点，也正是这种模型存在需要处理的尖锐的边和尖锐的角），我们直接计算改边两侧的面片在这一条边上形成的二面角。在更糟糕一些的情况，我们取边 e 的中点 \mathbf{m} ，求出过点 \mathbf{m} 且与 e 垂直的平面与网格局部的交线，然后用两个低阶的函数（常常就是线性函数）来分别拟合点 \mathbf{m} 两侧的交线，最终用这两个低阶函数在点 \mathbf{m} 处法向的变化作为 ν 值（此方法与 [Jones2003] 有类似之处）。(b) 用户定制阈值 β ，满足 $\nu > \beta$ 的边认为是锐边。(c) 如果发现有三条以上锐边相交于同一点，则认为该点是角点。(d) 还有一种角点称之为锥形角点（如图 2-2 中上），使用下面的方法识别：记某点处相邻三角面片构成的二面角为 γ_i ，那么当满足 $\sum_i \gamma_i / (2\pi) < \cos(\beta/2)$ 时认为该点为角点。

- (2) *对所有的点分类*：将所有的顶点分成五类——(a) 一条锐边内部的顶点称为内边点 (in-path vertex)；(b) 一条锐边的端点称为边端点 (path-end vertex)；(c) 边界上的点称为边界点 (boundary point)；(d) 角点 (corner)，在(1)中已经得到了叙述；(e) 其余点，称为一般点 (ordinary vertex)。对这五类点，(b)、(c)、(e) 均不进行任何操作，对(a)和(d)进行(3)和(4)中描述的操作。

- (3) “长出来”操作：对(2)中描述的(a)和(d)类点，均有共同特性，即在这些点处出现了法向跳变。在(a)类点附近，存在 FS 空间内 $(\mathbf{x}, w\mathbf{n}^-)$ 到 $(\mathbf{x}, w\mathbf{n}^+)$ 的跃迁，处理方法是 将一个(a)类点分成坐标相同法向不同的 k 个点：

$$\mathbf{x}_f^i = \left(\mathbf{x}, \frac{w}{k} (\mathbf{i}\mathbf{n}^- + (k-1-i)\mathbf{n}^+) \right)$$

其中 $i = 0, 1, 2, \dots, k-1$ 。在(d)类点附近，通过计算(d)类点周围面片的平均法向来估计(d)类点顶点上的法向，这时从(d)类点周围的一些面片向(d)类点顶点出发生法向跳变 $(\mathbf{x}, w\mathbf{n}^-)$ 到 $(\mathbf{x}, w\mathbf{n}^+)$ ，使用与处理(a)类点类似的方法对每一个面片产生 k 个点。

- (4) *将长出来的点连接起来*：先讨论不包括(d)类点的情况，如果一条边原来属于锐边，其一端点为(a)类点，另一端点为(b)或(c)类点，则将(a)类点长出来的 k 个点分别与另一端点相连；如果这条边的两个端点都是(a)类点，则将长出来的点两两对应相连，连成一个矩形格 (grid)，再三角化可得结果，参见图 2-3(a)和图 2-2 左上和左下。对于含有(d)类点的情况，先将(d)类点视做(c)类点处理，然后在做完上面一步后，保留(d)类点自身，并将其和其长出来的点

清华大学综合论文训练

连成一个蛛网状结构，最后将模型三角化，参见图 2-3(b)和图 2-3 中上和中下。

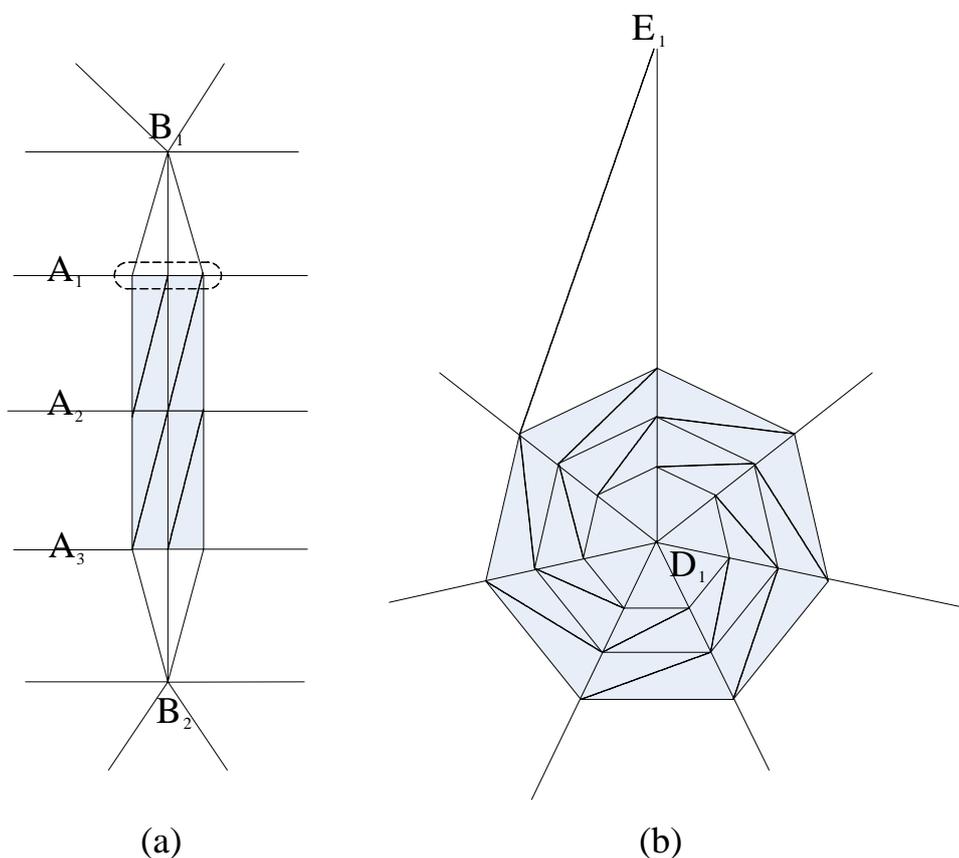


图 2-3 如何将锐边和锐角“长出来”，蓝色为长出的区域，
虚线是三角化添加的边，顶点标示用什么字母表示是哪一种顶点，
(a)将边 $B_1A_1A_2A_3B_2$ 按 $k = 3$ 长出来；(b)将角点 D_1 按 $k = 4$ 长出来。

2.3.3 噪声和尺度

由于网格模型本身是对光滑模型的离散近似，因此在小尺度上，离散噪声总是存在的，如图 2-4(a)。当然，这种噪声是可以通过使用更精细的网格逼近或者使用更好的离散化算法来解决。除此之外，还存在一种噪声：由于扫描仪器的精度不够，使得扫描出的结果具有不确定性的噪声；或是由于外界的干扰使得扫描模型具有噪声，如图 2-4(b)。不管是哪一种噪声，对网格处理算法都是非常致命的，因此现在国际上有很多学者在进行关于网格去噪和曲面光顺等方面

清华大学综合论文训练

的研究。取得了许多进展。

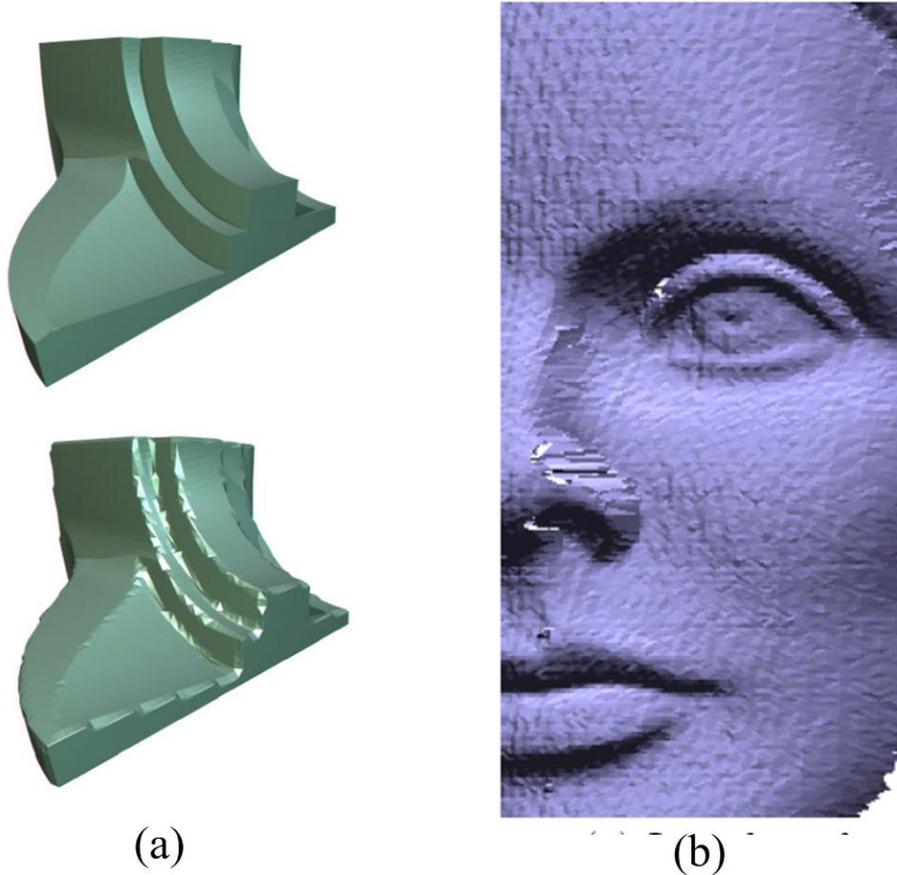


图 2-4 网格上的噪声, (a): 从一个 CAD 模型 (上) 转化来的离散网格 (下) 充满了离散噪声; (b) 一个充满噪声的扫描模型

从某种意义上来说, 噪声也可以看成是小尺度的特征。尤其是在直径 <3 的区域内可以认为此时识别的特征大部分都具有噪声的特点。

在我们的几何处理框架中, 我们使用 w 来控制研究的特征尺度, 一般来说, 我们取不太大的 w 值来抑制噪声。关于 w 和尺度的关系, 我们在前面的章节已经略有分析。如果 Φ 乘上方法因子 ρ , 为了保持 Φ_f 被放大同样的大小, 我们需要对 w 也乘上 ρ , 即使用 ρw 来作为新的 w 值。

在我们的实验步骤中, 我们总是将模型缩放使得其恰好能装入单位正方体, 然后我们通过对特征的需求状况来决定 w 的值。我们在实验中发现, 对于一般的模型及其对应的特征强度, w 取值在 0.01 和 0.1 之间时绝大部分算法表现良

清华大学综合论文训练

好，如 `dragon` 模型常常使用 0.05 或者 0.07 的 w 值。在后面的图表中，我们均给出了相应的 w 值。

清华大学综合论文训练

第三章 特征敏感的参数化方法及基于参数化的一些应用

3.1 特征敏感的参数化方法

不同的参数化方法能够得到不同的效果。一般来说，参数化方法尽可能的追求两个目标：共形（conformality）和保持面积（area preservation）。前者指的是原始流形上的角在映射到参数平面之后能够保持同样的大小；后者指的是原始流形上的面积在映射到参数平面之后能够保持同样的大小。一般来说，这两个目标不可能同时实现，因此一般的参数化方法总是在这两个目标之间寻求一种平衡（tradeoff）[Clarenz2004b]。

我们使用的方法类似于[Sander2001]中描述的 Stretch Minimization 方法，但是我们使用 FS 度量代替三维空间的欧氏度量。算法描述如下：

对于含参数化的三角形 T ，其三顶点对应的纹理坐标 $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3$ 有 $\mathbf{p}_i = (s_i, t_i)$ ，并且它们在 FS 空间中的坐标分别是 $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3$ ，则 T 上纹理坐标为 $\mathbf{p} = (s, t)$ 的一点对应的 FS 坐标在仿射变换意义下应该为：

$$S(\mathbf{p}) = (\langle \mathbf{p}, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3 \rangle \mathbf{q}_1 + \langle \mathbf{p}, \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_1 \rangle \mathbf{q}_2 + \langle \mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2 \rangle \mathbf{q}_3) / \langle \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3 \rangle$$

其中 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle$ 表示三角形 \mathbf{abc} 的面积。一阶微分：

$$S_s(\mathbf{p}) = (\mathbf{q}_1(t_2 - t_3) + \mathbf{q}_2(t_3 - t_1) + \mathbf{q}_3(t_1 - t_2)) / (2A)$$

$$S_t(\mathbf{p}) = (\mathbf{q}_1(s_2 - s_3) + \mathbf{q}_2(s_3 - s_1) + \mathbf{q}_3(s_1 - s_2)) / (2A)$$

$$A = \langle \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3 \rangle = ((s_2 - s_1)(t_3 - t_1) - (s_3 - s_1)(t_2 - t_1)) / 2$$

当把参数域上单位长度的向量映射回流形上时可能得到的在 FS 度量下最大和最小的长度值定义为奇异值 Γ 、 γ 。可算出：

$$\Gamma = \sqrt{1/2 \left((a+c) + \sqrt{(a-c)^2 + 4b^2} \right)}$$

$$\gamma = \sqrt{1/2 \left((a+c) - \sqrt{(a-c)^2 + 4b^2} \right)}$$

其中 $a = S_s \cdot S_s$ ， $b = S_s \cdot S_t$ ， $c = S_t \cdot S_t$ ，这可以通过计算 Jacobian 矩阵 $[S_s, S_t]$ 的最大最小奇异值得到。根据这两个值，我们定义 T 上的 Stretch 形式：

$$L^2(T) = \sqrt{(\Gamma^2 + \gamma^2)/2} = \sqrt{(a+c)/2}$$

$$L^\infty(T) = \Gamma$$

清华大学综合论文训练

对于整个网格 M ，定义：

$$L^2(M) = \sqrt{\sum_{T_i \in M} (L^2(T_i))^2 A'(T_i)} / \sum_{T_i \in M} A'(T_i)$$
$$L^\infty(M) = \max_{T_i \in M} L^\infty(T_i)$$

其中 $A'(T_i)$ 表示 T_i 在 FS 度量下的面积。我们对 $L^2(M)$ 或者 $L^\infty(M)$ 做优化，使得其最小，得到的就是 stretch minimization 的结果。考虑到优化结果无法直接解方程得到。因此我们使用以下步骤：

- (1) 对网格赋一种初始的参数化结果。
- (2) 对每一个顶点 v 做如下操作：固定其余顶点，对顶点 v 选择一个随机的参数域上的方向 (s, t) ，令 v 的参数值在此方向上移动，使得与 v 相邻的三角形的 stretch 值减小（从而网格的总 stretch 值也随之减小）。
- (3) 重复(2)，直到足够多步，或直到 stretch 值减小到某一个范围。

我们的结果如图 3-1 所示。

图 3-1 显示了 Maxplanck 模型使用我们的特征敏感的参数化方法得到的结果，从左到右分别是参数 w 取 0, 0.2, 0.4 时参数化的结果，从网格上打出的棋盘格纹理可以看出，参数化结果沿着曲率大的方向增长变慢了。这样的参数化结果的优势在于：其在特征区域得到了更大的参数域，因此使得一些特征相关的后续操作具有特征敏感的特性。

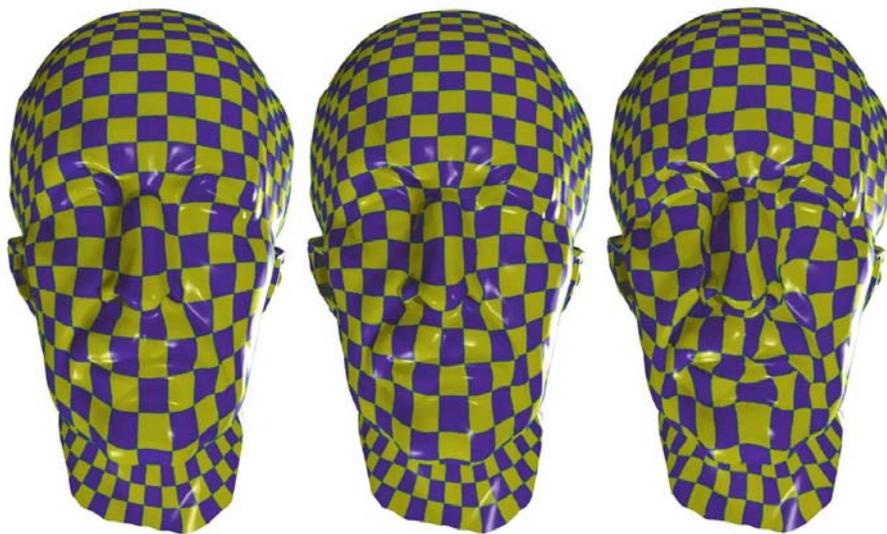


图 3-1 Maxplanck 模型上特征敏感的参数化结果，从左向右 w 分别取 0, 0.2, 0.4

清华大学综合论文训练

3.2 特征敏感的几何图象

几何图象是[Gu2002]提出的新概念，特指通过分片、参数化等方法将网格模型映射到矩形参数域上，通过类似图像的方法将几何信息离散化的概念。

我们的特征敏感的几何图象使用了与[Gu2002]一样的方法，其主要算法流程如下：

表 3-1 几何图象的算法流程伪代码

```
function Cut_and_parametrize(mesh  $M$ )
  Remove seed triangle.
  while there remains an edge  $e$  adjacent to only one triangle  $t$ 
    Remove  $e$  and  $t$ .
  while there remains a vertex  $v$  adjacent to only one edge  $e$ 
    Remove  $v$  and  $e$ .
  Cut  $\rho :=$  remaining edges and vertices.
  if only a single vertex remains in  $\rho$  then
    Add back two adjacent edges to  $\rho$ .
  Straighten each cut-path in  $\rho$ .
  Param  $\phi :=$  geometric-stretch parametrization using  $\rho$ .
  repeat
     $f :=$  Floater parametrization using  $\rho$ .
     $t :=$  triangle with maximal stretch under  $f$ .
     $s :=$  shortest path on  $M$  from  $t$  to  $\rho$ .
     $\rho' := \rho + s$ .
     $\phi' :=$  geometric-stretch parametrization using  $\rho'$ .
    if stretch( $\phi'$ ) > stretch( $\phi$ ) break.
     $\rho := \rho'$ ;  $\phi := \phi'$ .
  Report cut  $\rho$  and parametrization  $\phi$ .
```

所不同的是，我们使用特征敏感的 stretch minimization 参数化算法来替代原文中的 geometric-stretch 参数化算法。

我们对一个暴龙的玩具扫描模型做 65*65 分辨率的几何图象，分别使用不含特征敏感的和含有特征敏感的计算；然后我们从结果还原出网格，绘制出来进行对比。最终结果如图 3-3 所示。图 3-3 左侧是不使用特征敏感算法得到的几何图象，下面是对其手爪及脚爪等特征部位的放大，可以看出在这样低的采样率

清华大学综合论文训练

下，其手爪和脚爪已经产生了很大的失真（尖端变得极其尖锐）。图 3-3 右侧是使用了特征敏感算法得到的几何图象，下面是对其同样部位的放大，可以看到经过使用特征敏感的几何图象算法在同样的采样率下还原出的网格尽可能多的保留了特征出的几何信息。当然，保留更多特征区域的信息意味着保留的平滑区域的信息量减少，但是很显然的，这样的减少对于我们的显示结果几乎没有任何影响，相反的，特征区域信息量的减少将会使得还原的结果变坏的很厉害，产生严重失真。

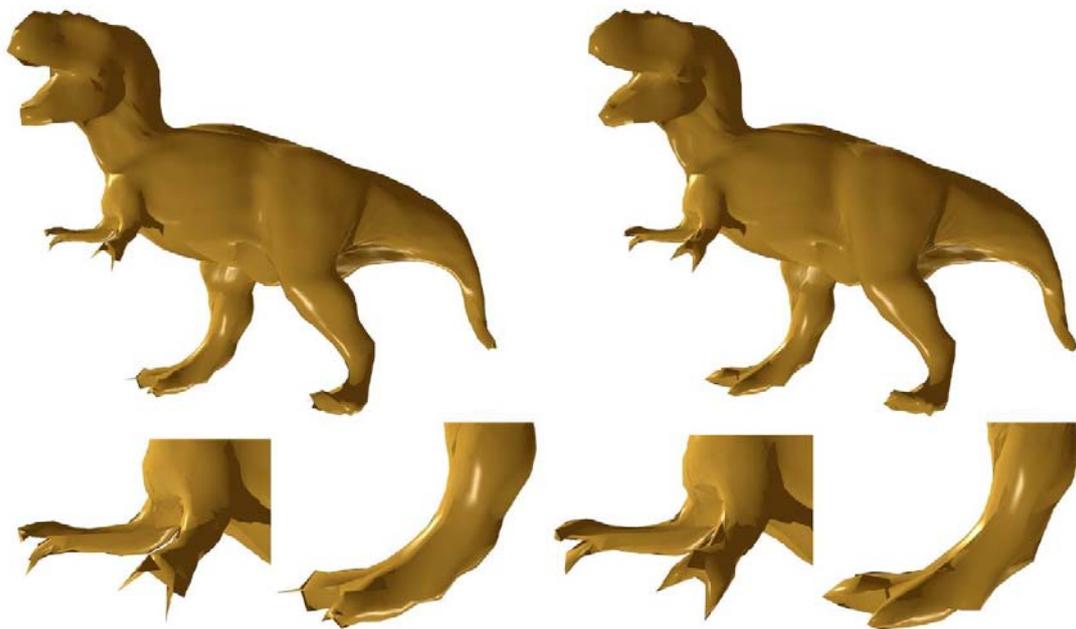


图 3-3 特征敏感的几何图象，左：65x65 采样的不带特征敏感的几何图象，右：65x65 的特征敏感的几何图象，可以看到其更好的保留了特征区域

3.3 特征敏感的表面拟合

表面拟合方法指的是用样条曲面——通常是 B 样条、Nurbs 样条曲面等参数曲面 $\Omega(u,v)$ 来拟合表面 Φ 。一般的做法[Varady2002]分为以下几个步骤：

- (1) 对模型表面进行参数化，使得产生网格模型 M 到参数区域 D 的映射
- (2) 给出以初始的参数曲面，它是控制顶点由控制顶点 $(c_{i,j})$ 控制的的函数

清华大学综合论文训练

$\Omega(u, v)$ 。一般的说, B 样条、Nurbs 样条等规则样条曲面通常具有 $n \times m$ 个控制顶点, 这些控制顶点控制了样条曲面的形状。我们下面的步骤就是对某个目标优化这些控制顶点的位置。

- (3) 在网格 M 上随机的取一些采样点 (很多时候直接去顶点集作为采样点集), 构成采样点集 $P = (\mathbf{p}_i)$, 其对应的参数域内的集合 $Q = (\mathbf{q}_i)$, 此时最小二乘 (least square) 目标函数:

$$Err(\Omega) = \sum_i (\Omega(\mathbf{q}_i) - \mathbf{p}_i)^2$$

- (4) 上述方程中只有控制顶点 $(\mathbf{c}_{i,j})$ 为不确定量, 且其初始值在(2)中已经确定, 因此可以使用迭代的方法优化最小二乘误差 Err 。我们使用的是高斯牛顿迭代法。

在我们的特征敏感的表面拟合方法中, 我们在第一步中使用了特征敏感的 stretch minimization 方法作为参数化方法, 在第(3)步中, 用 $\Omega(\mathbf{q}_i)$ 和点 \mathbf{p}_i 在 FS 空间中的欧氏距离来替代 R^3 空间内的距离, 即优化目标为:

$$Err_f(\Omega) = \sum_i (\Omega_f(\mathbf{q}_i) - \mathbf{p}_i)^2$$

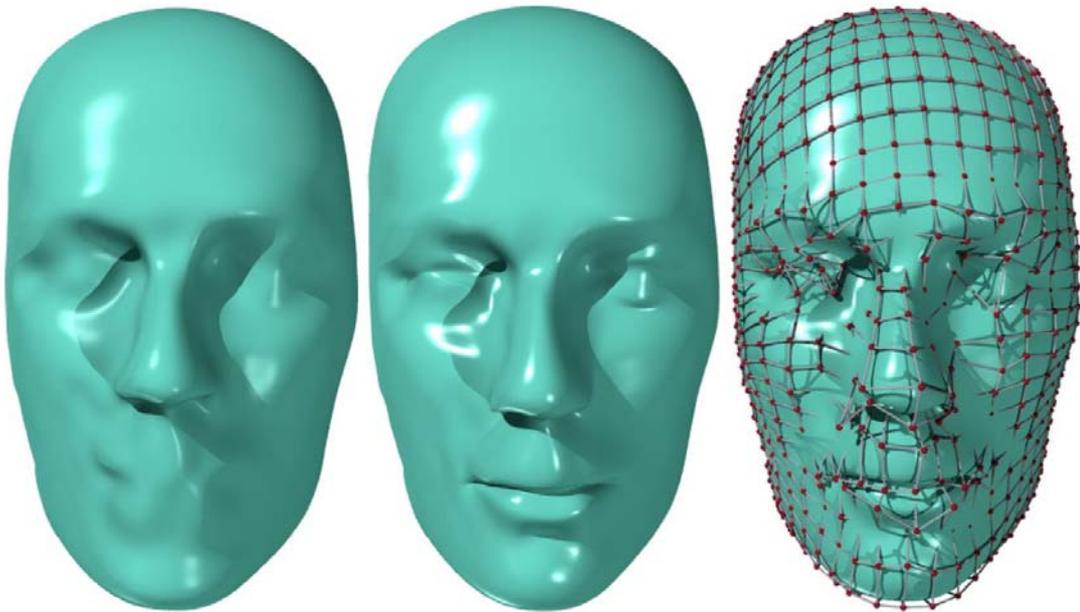


图 3-4 特征敏感的表面拟合, 左: 传统方法的拟合结果, 中右: 特征敏感的拟合结果

清华大学综合论文训练

图 3-4 显示了我们对于人脸模型进行表面拟合的结果，拟合的目标是 30×20 控制顶点 B 样条曲面的。左图为使用传统的拟合方法得到的拟合结果，可以看到在嘴、眼睛等特征区域，拟合效果非常的差，拟合的结果显得非常粗糙。中图为使用特征敏感的拟合方法得到的结果，可以看到眼睛、嘴巴等特征区域得到了很好的保留，右图显示了拟合结果的控制顶点。

和特征敏感的几何图象一样，由于使用特征敏感的参数化方法，使得特征区域拥有了很大的参数区域，这使得在拟合的时候，更多的控制顶点被分配到了这些区域，因此拟合的结果更能体现特征区域的细节。同样的，这样做的代价是使得分配到平滑区域的控制顶点变少，但是对于参数曲面来说，只需要很少的顶点就能够非常好的拟合平滑的区域。结果图也可以看出，我们的算法对平滑区域的影响微乎其微。

清华大学综合论文训练

第四章 特征敏感的网格重构算法

4.1 特征敏感的网格重构算法

由于很多后续的应用都依赖于形状规则的网格，特别的，我们更加需要一种在 FS 空间内各向同性的网格。我们以 FS 度量下边长相等为优化目标。由于 FS 空间的一些特殊的性质，使得无法直接使用 FS 度量代替 R^3 空间内的欧氏度量使用传统网格构造方法。经过试验，我们最终选择了基于粒子运动的网格重构方法，其主要流程如下：

- (1) 初始化，在网格上较为随机的分布一些点。
- (2) 将这些点看成粒子，对粒子之间定义一种距离相关的斥力，反复迭代，直到收敛到一个平衡的位置（每个粒子所受的总斥力约为 0）。
- (3) 将这些顶点连接起正确的拓扑关系

下面将详细的介绍其中每一步，并在最后给出提高算法速度的一些优化方法，最后给出一些结果。

4.1.1 误差扩散（Error Diffusion）分布初始点

我们使用误差扩散算法（Error Diffusion）[Alliez2003b]来分布初始点。其用处在于尽可能好的取得一个均匀的分布，我们使用的误差扩散算法大致流程如下：

- (1) 计算网格在 FS 空间中的总表面积 S ，对网格中面积为 S_i 的面赋初始概率值 $p_i = nS_i/S$ ，其中 n 表示要采样的点数，随机取一个面 T_k 作为开始面；
- (2) 从面 T_k 开始。在面 T_k 内随机取 $[p_k]$ 个点，并用 p_k 的小数部分替代 p_k 。取一个随机数 r ，若 $r < p_k$ ，则在这一个面内再随机取一个点，产生误差值 $Err = 1 - p_k$ ；若 $r \geq p_k$ ，则认为这个面内再也没有点了，同时产生误差值 $Err = p_k$ 。
- (3) 将误差值平均的扩散到与 T_k 相邻的同时没有被操作过的面。即：对这些面，分别在他们的概率值上加上 Err/d ，其中 d 表示一共有几个这样的面。如图 4-1 所示。

清华大学综合论文训练

- (4) 标记面 T_k 为已经操作过的面，从与 T_k 相邻的且没有操作过的面中选出一个作为新的 T_k ，转 2。此循环直到所有的面均被操作过。

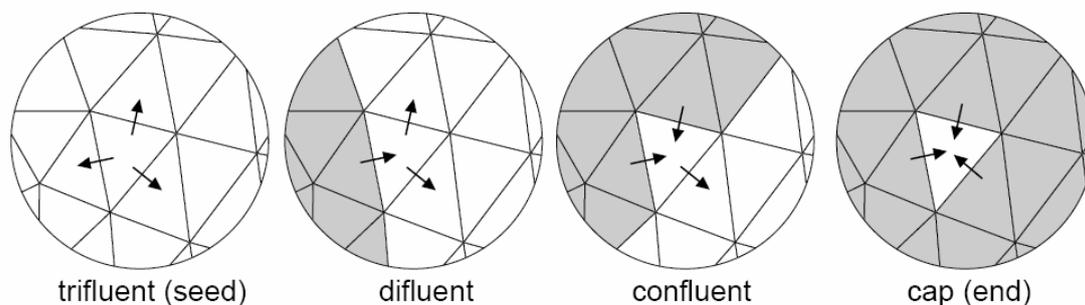


图 4-1 Error Diffusion 示意图

由于最后的网格重构算法不需要顶点数非常精确，因此使用这种无拓扑检查的误差扩散算法即可。如果需要顶点数非常精确，可是使用带拓扑检查的误差扩散算法，具体见[Alliez2003b]。

4.1.2 粒子分布

我们考虑一个带静电的金属体。其表面自由电子带同种电荷。可以想象，经过自然运动之后，最终表面的所有自由电子达到平衡态，每一个自由电子所受的总斥力为 0，此时该金属表面的自由电子也大概一个非常均匀分布。

这种思想在[Witkin1994]中被用于处理点采样的问题——使用斥力平衡模式使得二维流形上的粒子最终达到均匀的空间分布。我们的算法采用了类似的方法。

定义两点之间的弹性能量函数：

$$E^{i,j} = \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}^{i,j}|^2}{2\sigma^2}\right)$$

其中 $\mathbf{r}^{i,j}$ 为点 v_i 与点 v_j 在 FS 空间中的欧氏距离， σ 则是一个全局一致的常量，经验的取成： $0.3\sqrt{(\text{surface area})/(\text{number of particles})}$ [Witkin1994]。

这样总能量函数：

清华大学综合论文训练

$$E = \sum_{i=1}^n E^i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}^{i,j}|^2}{2\sigma^2}\right)$$

为了优化这个能量函数，即使得其最小。我们可以求出它对于每一个粒子的一阶导数，乘以常系数则成为粒子应该移动的距离：

$$\mathbf{P}^i = \alpha \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mathbf{r}^{i,j} \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}^{i,j}|^2}{2\sigma^2}\right)$$

α 是一个步长控制常数。在[Witkin1994]中取值为 6，但是我们发现在 FS 空间中这个值过大，因此我们经验的取 $\alpha = 3.0$ ，在绝大部分应用中。

这样我们的方法就是采取迭代的步骤，在每一步中，用 $\mathbf{v}_i + \mathbf{P}_i$ 替代 \mathbf{v}_i ，对每一个顶点都这样进行。迭代一些步（经验的 50~100 步）之后停止。最终能够得到 FS 空间内均匀分布的粒子。

4.1.3 连接正确的拓扑关系

由于已经有了合理的粒子分布 P ，现在我们只需要把粒子用正确的拓扑关系连接起来，需要注意，我们的结果应该拥有和原始网格 M 类似的特点。我们的主要流程如下：

- (1) 在原始模型 M 上随机取一点 \mathbf{v}_k ，取它的一个邻域 $Geod_k$ ，使得这个邻域内的所有点到 \mathbf{v}_k 的 FS 度量下的测地距离（geodesic distance）小于一个常数值 l （一般的，初始的 l 设置为估计的目标网格边长的 20 倍）。测地距离以及邻域的计算方法在 4.1.4 中会有详细的介绍。
- (2) 对 $Geod_k$ 做映射到圆参数域上的 Conformal 参数化[Gu2003]，这样我们得到在点 \mathbf{v}_k 附近的一个局部参数化。这一步中，如果 $Geod_k$ 存在不是亏格为 0 的平面，则 $l/2 \rightarrow l$ ，若 l 小于某个小值（取估计的目标网格边长的 2-3 倍），则认为点 \mathbf{v}_k 附近有很坏的拓扑性质，放弃 \mathbf{v}_k 点；否则转(1)。
- (3) 将 $Geod_k$ 内的所有粒子映射到参数平面上。如果它们中的一些已经存在拓扑连接关系，则映射时保持这些关系。以这些关系为常量，在参数平面上做带常量约束的 Delaunay 三角化（Constraint Delaunay）[GeometryFactory2004]，取 $Geod_k$ 内中心周围 $l/2$ 区域内的连接关系，记录下来作为粒子间的拓扑连

清华大学综合论文训练

接关系。

(4) 重复(1)~(3)直到所有的点均做完。

由于进行的是局部的参数化，而且采用的是 Conformal 性质的参数化方法，再加上粒子本身已经按几乎完全均匀的方式分布好了，因此在参数域上的 Delaunay 结果与在流形 M 上的结果非常接近。Delaunay 结果只保留中心部分是因为在这一部分发生的形变最小，效果也最好。

参数域上带常量约束的 Delaunay 三角化我们使用 CAGL 库完成，示意图见图 4-2，图中红点为粒子，蓝色的部分为约束的常量，黑色的线是最终三角化的结果。

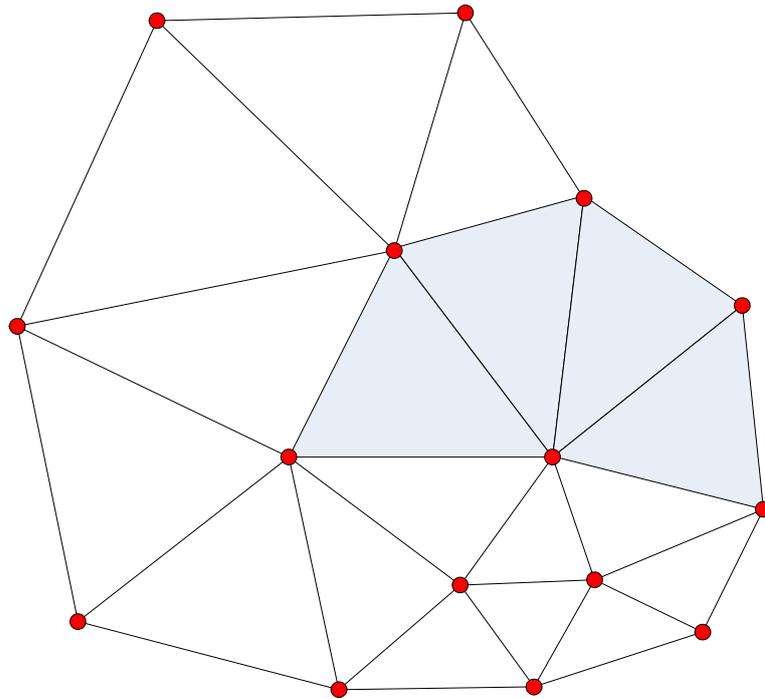


图 4-2 带常量约束的 Delaunay 三角化

4.1.4 测地距离

上述算法在一些简单模型上能够顺利通过，但是在很多扫描模型上会失败。这是因为很多扫描模型存在大量高频噪声，因此会使得直接计算 FS 度量下的欧氏距离失效。如图 4-3 所示，直观的理解，点 A 到点 B 的距离应该比点 A 到点

清华大学综合论文训练

C 的距离要小。但是由于高频噪声的存在，点 A 和点 C 的法向差别不大，使得在度量欧氏距离的时候产生 $|AC| < |AB|$ 的效果。这可以理解为由于空间中多出了三个维度，原始模型在空间中的那三个维度上被折叠起来，计算折叠的距离使得有可能产生某些点在多出的三个维度上“抄近路”的现象，显然与实际情况有很大的偏差。

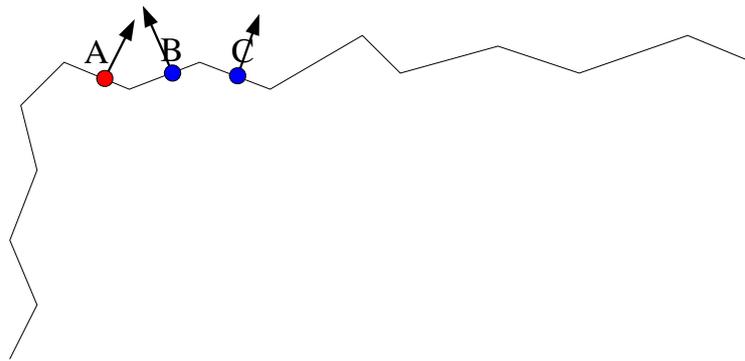


图 4-3 高频噪声导致的欧氏距离失真

对于这样的情况，我们的解决方案是使用测地线距离（geodesic distance）来替代欧氏距离，这样得到的结果与直观相符。比如在图 4-3 中，点 A 到点 C 的测地线经过了点 B 所在的面片，因此必然在法向的三个维度上也产生很大的值，这样就不会产生背离。

我们使用的测地线计算算法来自[Surazhsky2005]。这种算法通过一种类似广度优先的算法，计算出从一点出发，到网格上每一个顶点的近似值和近似角度，然后对于每一条边将初始点“展平”在该边所在的面片上进行计算。这种方法具有近似 $O(n)$ 的复杂度和较为准确的结果。

我们也使用了这种方法来计算邻域。从一点出发，计算各顶点的近似距离，当该距离大于邻域半径 l 时则放弃。

一个这种方法的结果参见图 2-1，是使用这种测地线计算方法在一个非常密的网格上算出来的。

清华大学综合论文训练

4.1.5 性能优化

对于我们的算法，能够获得质量非常好的在 FS 空间内各向同性的网格，但是其速度非常慢，因此我们做了一系列的优化措施：

- (1) 在粒子分布、估计斥力的步骤时，只计算离该点在 R^3 空间中距离最近的 10~20 个点的斥力值。考虑到斥力的大小是按照指数衰减的，因此基本上距离该点距离由近到远在 10~20 位的点所产生的斥力只有据该点最近的点产生斥力的 10^{-8} ，可以认为忽略不计。在实际编程过程中，我们使用[Mount1998]提供的 ANN 搜索树数据结构来索引最近点。
- (2) 在粒子分布、估计斥力的步骤时，计算测地距离花费了大量的时间。一种优化的方法是先进行一次简单的区域判定。我们计算每一条边对应的二面角的大小，当小于某一个域值时，认为这两个面片都是噪声区。之后我们令噪声区域中的每一个面片向外扩张 k 层，经验的， $k=3\sim 5$ ，将所有的这些涉及的面都归为噪声区。之后对于求斥力的两个点有一个在这些面上，则计算他们的测地距离，否则直接计算 FS 度量下的欧氏距离。跟进一步的优化，对于噪声较少的模型，我们可以储存一部分预先计算好的噪声区域的测地线相关量，当计算测地线距离的时候，直接使用这些量加速算法。
- (3) 斥力算法有一个固有的缺陷，如图 4-4，即如果两个点靠得非常近，那么立刻会产生一个很强的斥力将他们推开（左图）；但是如果模型中出现了空洞（右图），由于产生的向心力非常小，使得收敛的速度趋于缓慢。

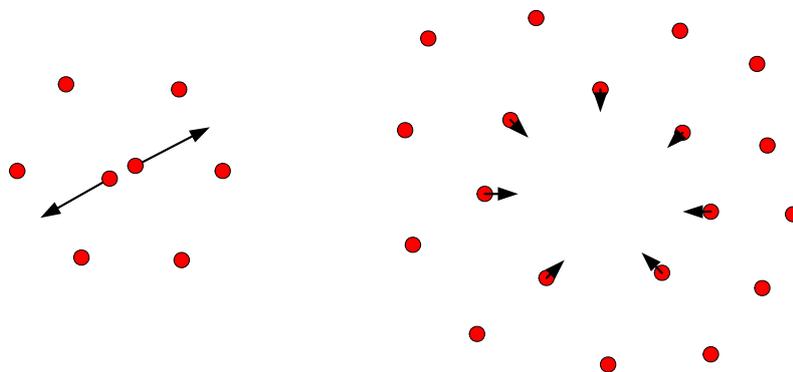


图 4-4 斥力算法的固有缺陷，左：两个点非常近的情况；右：出现空洞的情况

清华大学综合论文训练

对这种情况，我们的加速方法是再经过一定步数的初始迭代之后（一般取 10 步左右），则选择一个原始网格 M 上的测试集 T （当原始网格 M 顶点较多时， T 就取 M 顶点的集合，否则， T 取 M 顶点以及各面片细分产生的点的集合），对 T 内每个元素 t ，若已有粒子中距离 t 最近的粒子在 FS 度量下测地距离 $> 0.7d$ ，其中 d 是估计的邻近粒子间的距离，则添加 t 为粒子。一般来说，只需要进行这样的操作一遍就可以大大的加快收敛的速度。

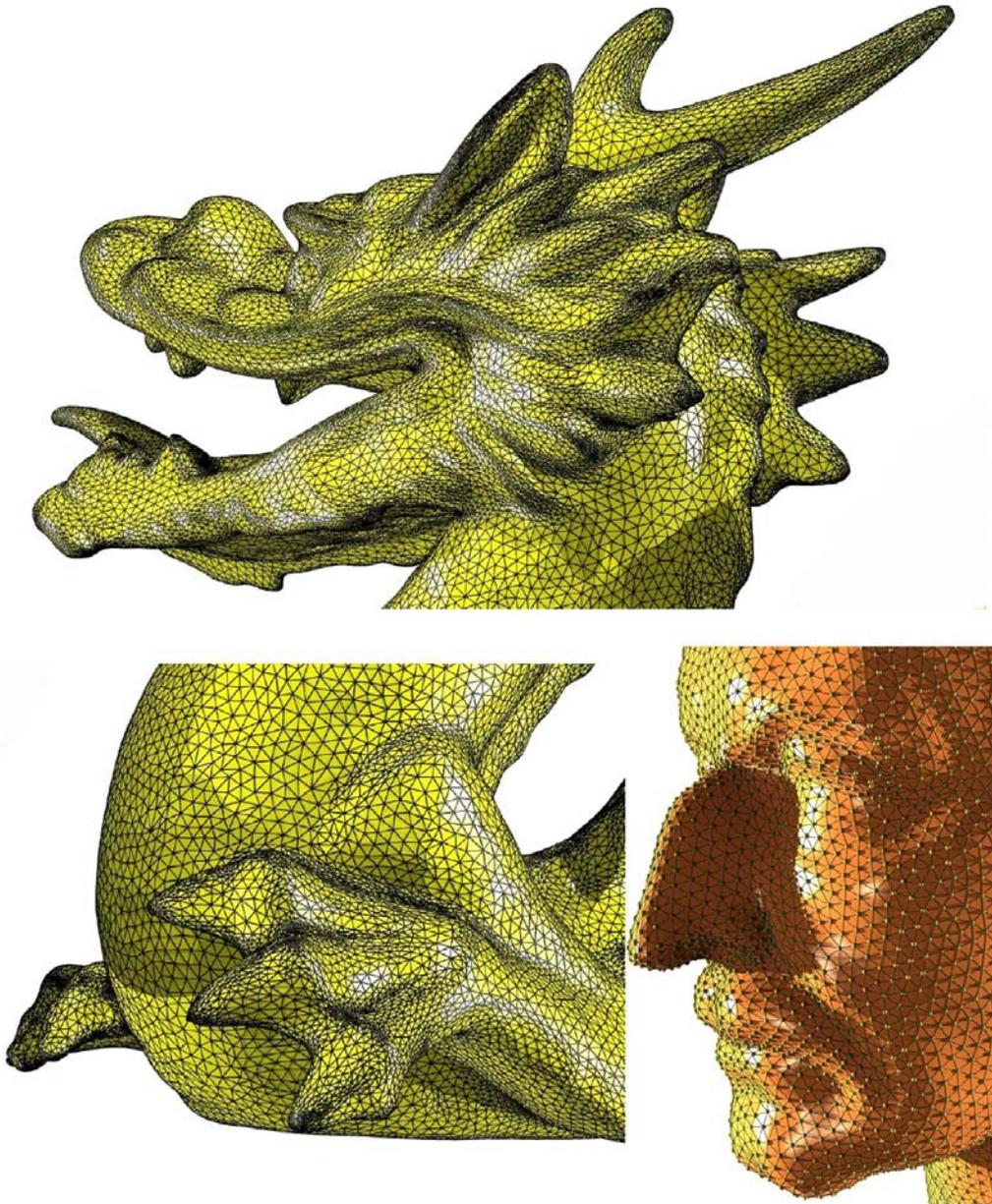


图 4-5 网格重构的结果，上：龙头；左下：龙身；右下：Maxplanck 头

4.1.6 结果分析

图 4-5、4-6 显示了一些网格重构的结果。

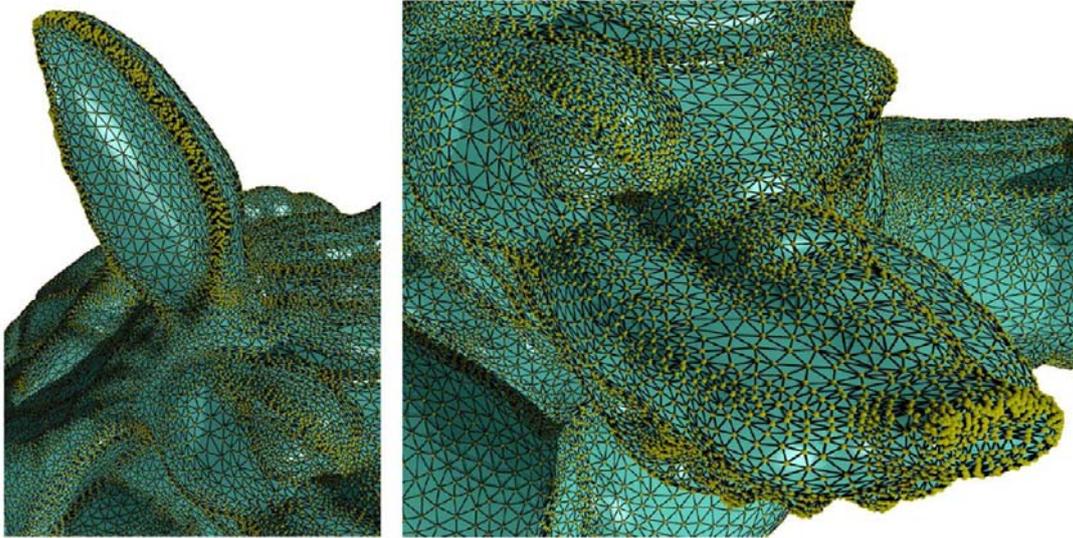


图 4-6 Armadillo 模型的重构结果，左：耳朵的细节；右：脸的细节

可以从图上看出来，在 R^3 的意义下，重构得到的网格具有各向异性的效果。在特征附近的三角面片均沿着特征方向被拉长了。同时在平坦区域，重构得到的网格中的三角形非常接近于正三角形。

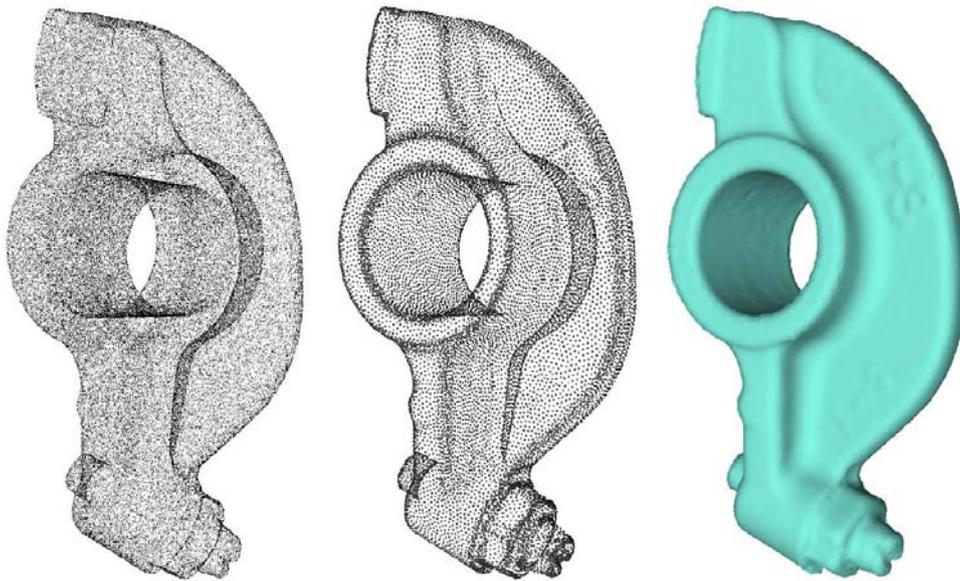


图 4-7 特征敏感的点云重采样，左：原始点云；中：重采样的点云；右：渲染结果

清华大学综合论文训练

图 4-7 显示了使用同样的采样方式作用于点云的结果。我们估计一个局部曲面拟合，使用 MLS (Moving Least Squares) 的方法，然后运用同样的技巧得到结果。可以看到采样出来的点在特征附近显得尤其密集，特别的，能看到模型零件右边上的“1-S”的字样。

4.2 多分辨率的网格重构算法

在 4.1 的基础上，我们扩展了多分辨率的网格重构算法。在很多应用中，如网格分割，需要使用不同规模的网格。因此多分辨率的网格重构算法显得重要。我们引入的多分辨率网格重构算法流程如下：

- (1) 在网格 M 上，首先进行 4.1 中描述的网格重构算法，得到 n 个顶点的重构后的网格 K_1 。
- (2) 对 K_1 做细分，在 K_1 的每一条边上取中点，将一个三角形分成 4 个小三角形，并将这些点向 M 做投影，得到网格 K_2^* ，此网格含有 $4n$ 个顶点。
- (3) 对 K_2^* ，在保持拓扑不变的情况下，进行 4.1 中的粒子分布操作。一般来说，迭代 10 次左右即可得到最终结果 K_2 。
- (4) 如果需要做更多顶点的网格重构，重复步骤(2)(3)即可。

我们的多分辨率网格重构算法的结果如下：

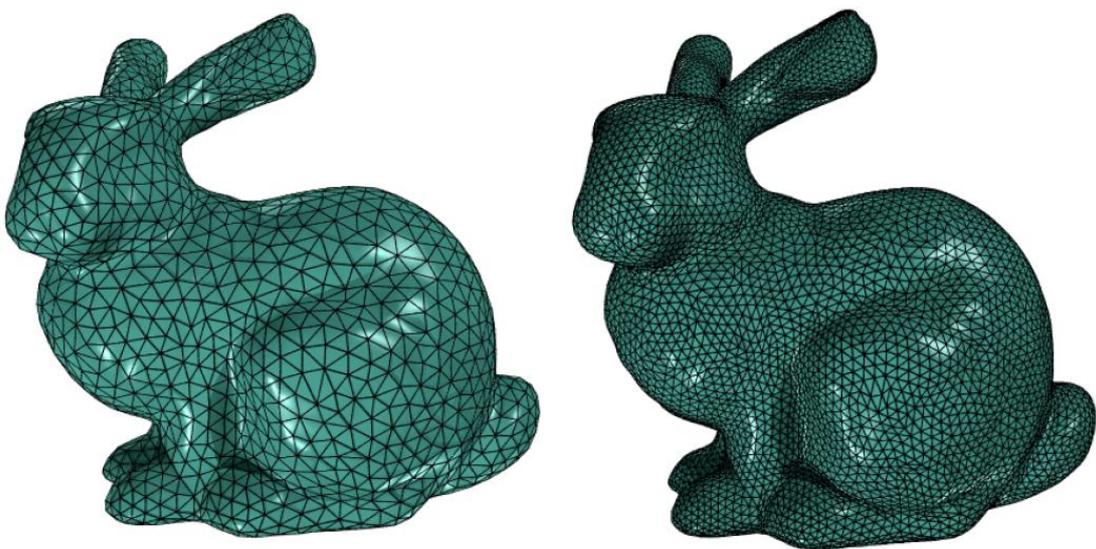


图 4-8 bunny 模型 2 层分辨率特征敏感的网格重构，左：2K 个顶点；右：8K 个顶点

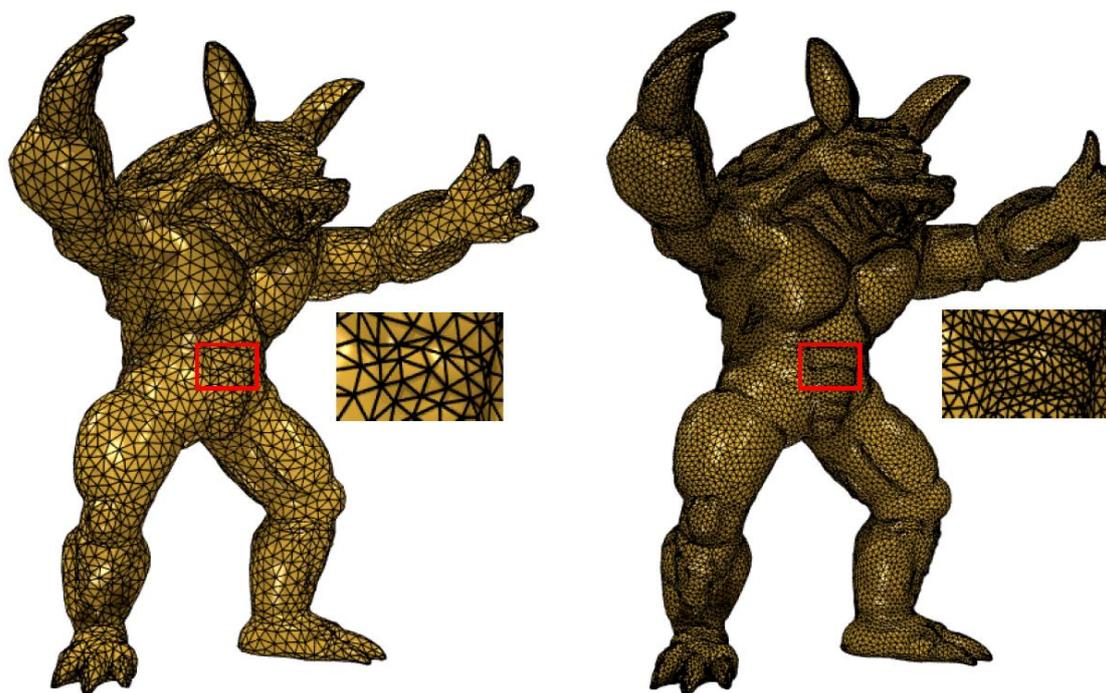


图 4-9 Armadillo 模型 2 层分辨率特征敏感的网格重构，左：5K 个顶点；右：20K 个顶点

图 4-8 和图 4-9 分别演示了不同的模型使用多分辨率网格重构的结果。

清华大学综合论文训练

第五章 特征提取、识别及编辑

根据第四章的内容，任何一个网格模型都能被重构成 FS 空间内各向同性的网格，我们利用这样的性质来进行特征提取和识别，并基于特征提取和识别的结果进行特征编辑。在 FS 空间内各向同性的网格可以看成各个方向上均匀一致的离散结果，因此我们可以在其上进行形态学 (morphology) 操作[Heijmans1994; Ross12000]，我们利用这些操作来快速、鲁棒的处理网格上的特征。

5.1 特征的提取

如图 5-1 所示，我们使用以下三个步骤来提取特征区域：

- (1) 对网格模型作用一个特征滤波器，标识大概的特征区域；
- (2) 用一些形态学的算法来提高识别的结果，并求出特征区域的中轴线 (skeleton)；
- (3) 对区域的边界以及中轴线使用平滑算法，使得区域边界看起来较光滑。

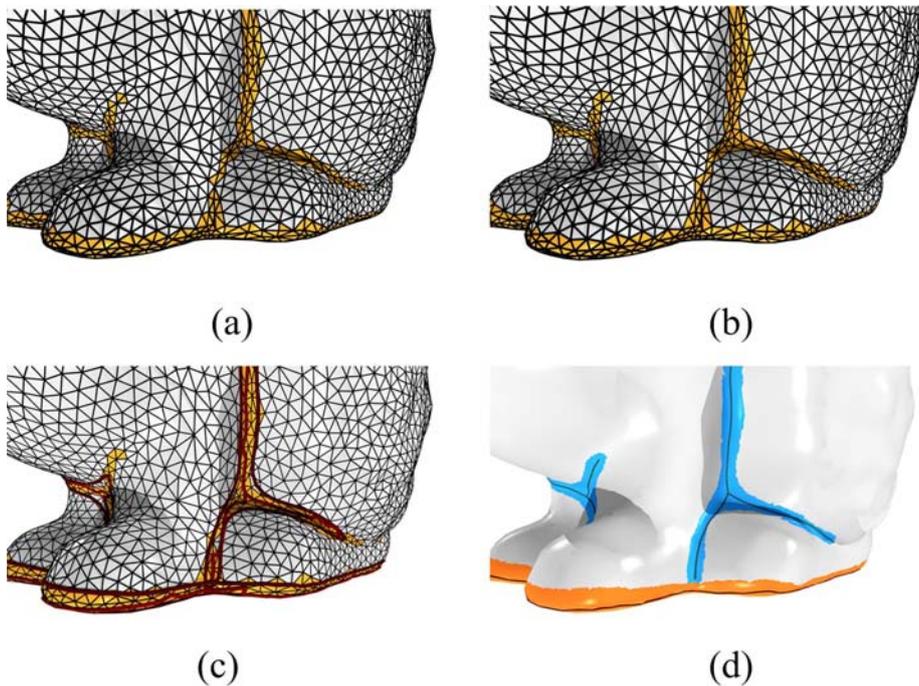


图 5-1 特征提取的步骤，(a)：滤波的结果；(b)：对(a)进行闭操作的结果；

(c)对边界和中轴线光滑的结果；(d)：最终识别结果及其中轴线

清华大学综合论文训练

5.1.1 特征滤波

绝大多数网格滤波操作都基于对曲率、曲率的导数等微分量进行，因此这些操作通常需要对网格进行曲面拟合再来求解，速度较慢。同时，由于使用了过多的微分量，使得结果较不鲁棒。我们的算法的主要想法是利用 FS 空间内各项同性的网格本身的性质，提供一种容易、快速的使用积分不变量的算法，这种算法能够大大的提高特征识别的速度并且较为鲁棒。

对于网格上一点 \mathbf{v} ，定义以 \mathbf{v} 为中心， r 为半径的 FS 度量下的测地邻域（参见 4.1.4 以及[Zelinka2004]）为 $C(\mathbf{v}, r)$ 。我们定义 d_{\min} 为从中心 \mathbf{v} 到 $C(\mathbf{v}, r)$ 边界的在 R^3 欧氏度量下的最短距离，显然的，这一距离应该和该点处的最大方向曲率有关。我们通过它来估计这一点处最大方向曲率 κ_{\max} ：

$$d_{\min} = r / \sqrt{1 + w^2 \kappa_{\max}^2}$$

这里避免了微分算子，因此 κ_{\max} 为一积分不变量。我们可以通过度量 d_{\min} 来决定该区域是否是特征。

除了度量点 \mathbf{v} 处的最大方向曲率，我们还引入另一个量 f_{com} 来辅助判断。定义：

$$f_{\text{com}} = A / L^2$$

其中 A 和 L 分别是 R^3 欧氏度量下测量出的 $C(\mathbf{v}, r)$ 的面积和周长。这个值度量了 $C(\mathbf{v}, r)$ 和 R^3 中的圆的接近程度。一般的总有 $f_{\text{com}} \leq 1/(4\pi)$ ，等号当且仅当 $C(\mathbf{v}, r)$ 为圆时成立。显然，这个值对于判断谷线、脊线等具有方向性的特征时特别有优势，因为在这些地方，三角面片都向着特征延伸的方向拉长，特征越明显，则该三角面片越不接近于正三角形， f_{com} 的测量就越准。图 5-2 显示了 f_{com} 在取不同的邻域大小时得到的滤波结果，偏红色表示 f_{com} 大，该处邻域接近圆，偏蓝色表示 f_{com} 小，该处邻域不接近圆。从图中也可以看到，当取半径较大的邻域时，计算结果更为鲁棒。实验中，我们也是取的大小为 3 倍 FS 度量下的平均边长作为邻域半径。

对于凸的顶部各点，由于其在各个方向上的曲率都很大，因此在对它们计算 f_{com} 的时候也会得到很大的值，这是我们引入 $C(\mathbf{v}, r)$ R^3 欧氏度量下的面积在 A 作为对此种情况的约束条件。

我们的算法如下：

清华大学综合论文训练

给出一些域值 T_i ,

- (1) 如果 $d_{\min} < T_1$, 转(2), 否则认为该点不是特征点;
- (2) 如果 $f_{com} < T_2$, 则认为该点是特征点 (谷、脊及部分凸), 否则转(3);
- (3) 如果 $A < T_3$, 则认为该点是特征点 (一般为凸的顶点), 否则认为不是。

域值 T_i 针对不同的模型有不同的取值。一般来说, 我们让用户选择一些特征区域和一些非特征区域, 计算 d_{\min} 、 f_{com} 和 A , 然后从中学习出一个可以用的域值。

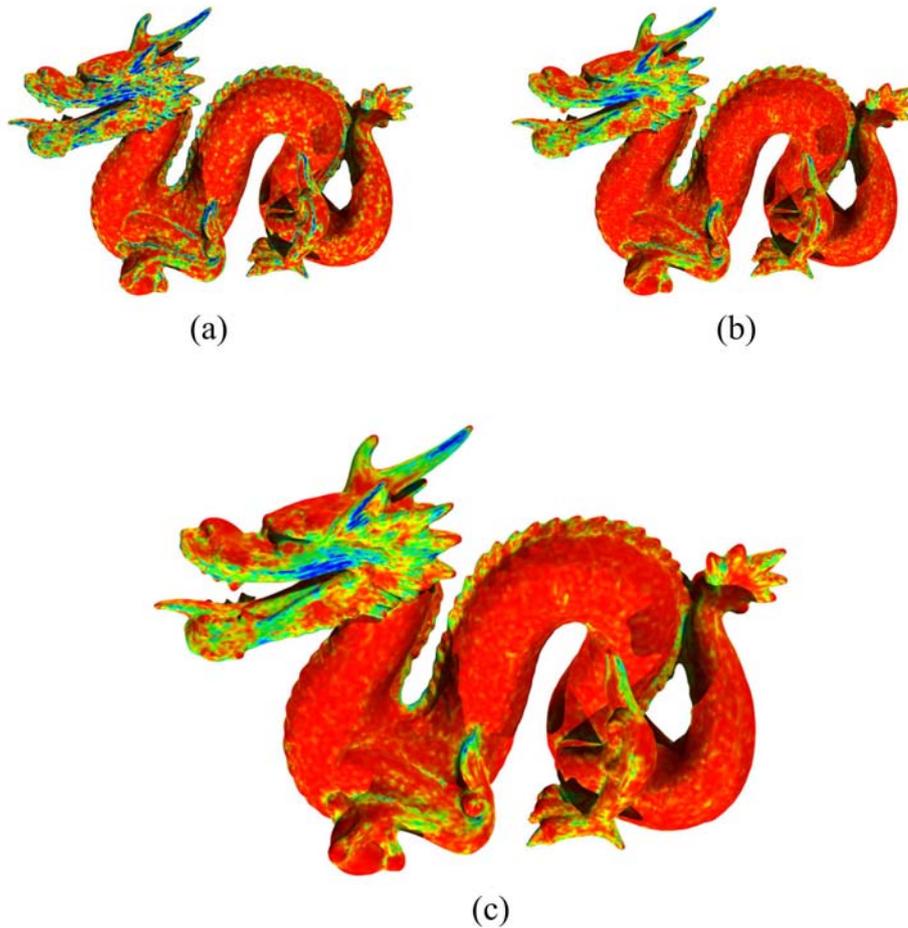


图 5-2 f_{com} 值, (a): 取 1 倍边长为邻域半径; (b): 取 2 倍边长为邻域半径; (c): 取 3 倍边长为邻域半径, 可看到 3 倍边长时结果较为均匀准确, 噪声少

清华大学综合论文训练

5.1.2 形态学操作

我们使用形态学操作来使得滤波的结果更加鲁棒。形态学的概念是针对各向同性的离散 2 维平面提出的概念，常用于图像处理。由于我们拥有 FS 空间内各向同性的网格，因此我们可以将形态学的概念运用到二维流形上。形态学中向各个方向增长 1，对应网格上就是从一点出发沿着与这一点相连的所有边增长 1。

形态学的一些具体做法参见[Heijmans1994; Vincent1989]，其在二维流形上的一些初步研究参见[Ross12000]。图 5-3 演示了一些图像处理方面形态学的应用，从(a)到(d)对黑色区域分别作了腐蚀(dilation)、膨胀(erosion)、开操作(opening)、闭操作(closing)。

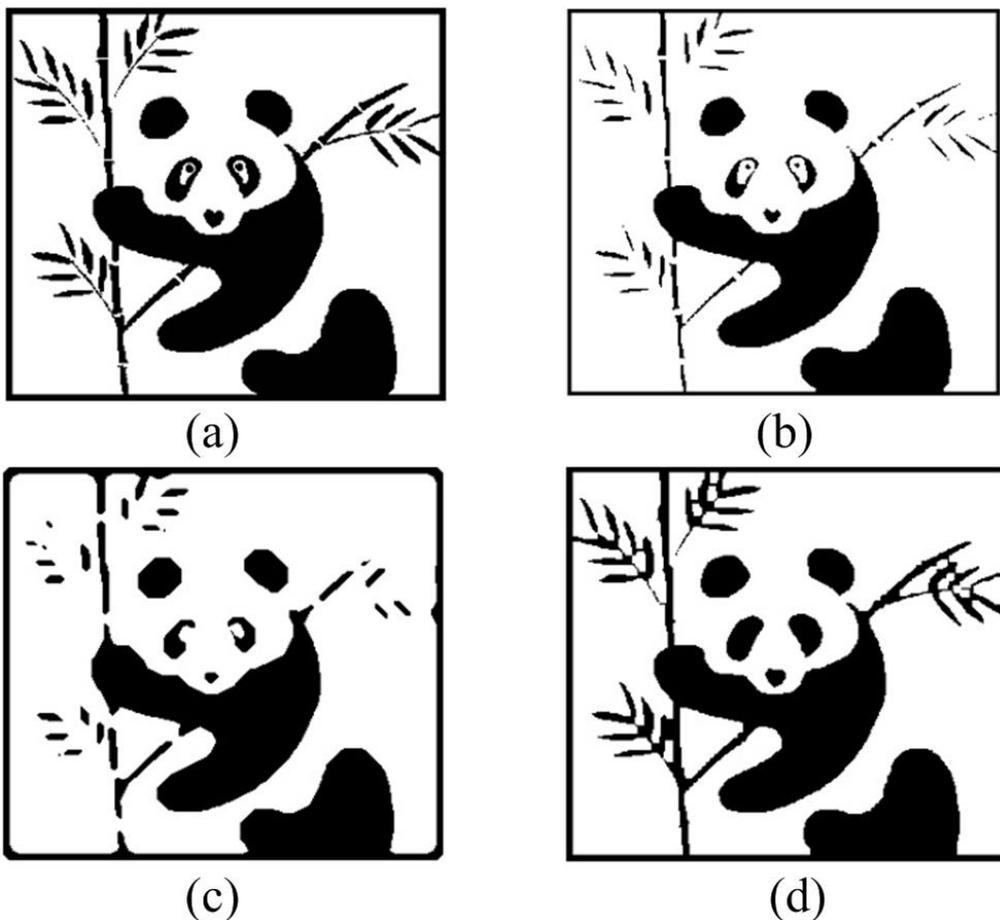


图 5-3 图像处理方面形态学的应用

清华大学综合论文训练

能够看到图 5-3 中的闭操作实现了将黑色区域中的白色小块去除的效果。由于在特征提取方面，我们发现滤波的结果中特征区域中常常夹杂一些噪声小块，因此，我们对该结果进行二维流形上的形态学闭操作。得到的结果如图 5-4 所示。

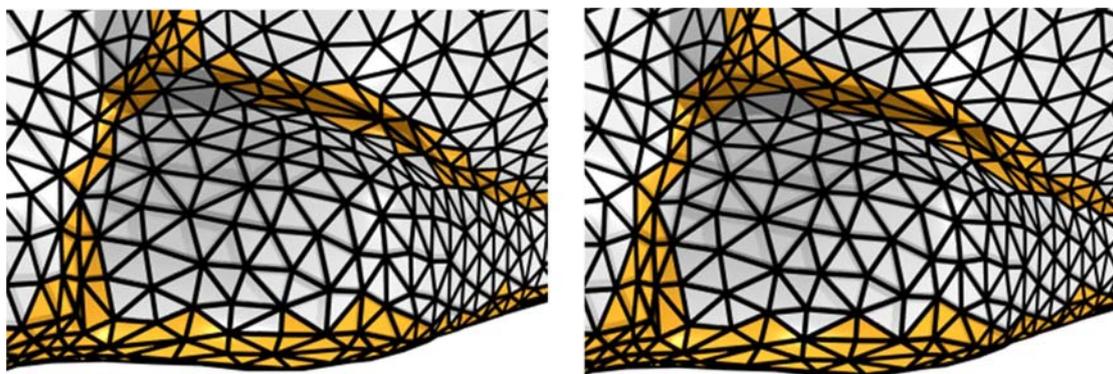


图 5-4 闭操作的结果，左：为进行闭操作时；右：进行一次闭操作

同样的，我们也使用形态学的方法来提取特征区域的中轴线（skeleton）。提取出的中轴线在特征的分类和编辑中意义重大。这里有一个算法细节，在进行形态学提取中轴线操作的时候，有可能因为边上的小“刺”造成中轴线出现小毛刺，在实际使用的时候，需要将这些小毛刺过滤掉。

现在我们得到了特征区域和每个特征区域的中轴线，但是它们还都是离散在网格的边上的一些线段。我们需要使用一个光顺算法使得它们看起来平滑一些。

5.1.3 特征敏感的多边形光顺算法

对网格的边界光顺。设 $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n \in \Phi_f$ 是一闭的多边形序列 $\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_1$ 。我们使用流形上的样条[Hofer2004]来优化一个能量函数：

$$F = \frac{1}{2} \sum_i \left[(\mathbf{x}_{i+1} + \mathbf{x}_{i-1} - 2\mathbf{x}_i)^2 + \lambda (\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_i)^2 \right]$$

λ 是张力系数。从而其一阶微分为：

$$\frac{\partial F}{\partial \mathbf{x}_j} = \Delta^4 \mathbf{x}_j - \lambda \Delta^2 \mathbf{x}_j$$

清华大学综合论文训练

为了优化 F ，我们使用以下步骤：

- (1) 在点 \mathbf{x}_j 处，计算负梯度向量 $\mathbf{v}_j = -\Delta^4 \mathbf{x}_j + \lambda \Delta^2 \mathbf{x}_j$ ；
- (2) 计算 Φ_f 上点 \mathbf{x}_j 处的切平面内 \mathbf{v}_j 的垂直投影 \mathbf{t}_j ；
- (3) 将 $\mathbf{x}_j + s\mathbf{t}_j$ 投影在 Φ_f 上并替代 \mathbf{x}_j ，其中 s 是步长控制参数。

使用迭代的方法反复以上三步，一般来说我们约做 10 步左右。过少的迭代步数不能达到好的效果，过多的步数则有可能造成多边形向内收缩的趋势。对于步长参数 s 的控制法则参照[Kelly1999]中描述的 Armijo 法则。 R^6 空间内的投影算法使用[Mount1998]中描述的算法。

对于空间的开多边形，同样可以用类似的算法。

光顺后的结果如图 5-5 所示。

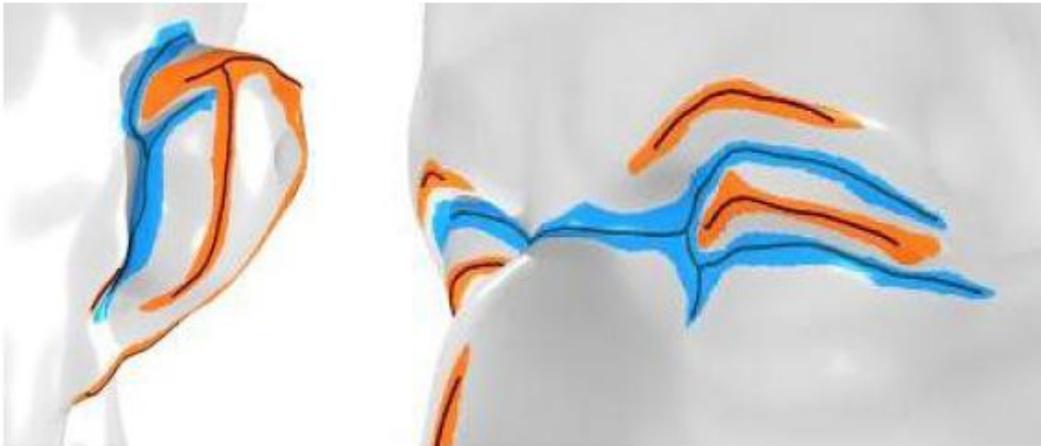


图 5-5 经过了光顺的特征边界及骨架（中轴线）

5.2 特征的分类识别

我们考虑扫描模型中存在最多的 3 种特征：谷线、脊线和凸。前两者可以看成同一类，均属于线状的特征，最后一种属于区域状的特征。我们依次介绍它们的识别方法。最后，我们介绍实验中遇到的一些复杂的情况。

清华大学综合论文训练

5.2.1 谷线和脊线

谷线和脊线的特点是它们总是线状的。也即，它们的骨架 \mathbf{s} 总是与边界符合得较好。我们计算骨架率 (skeleton ratio)：

$$r_{skel} := l_s / l_b$$

其中 l_s 和 l_b 分别表示骨架和边界在 \mathbf{R}^3 空间中的长度。对于谷线和脊线，骨架率应该近似 0.5，对于其它形状的特征，骨架率将远离此值。我们定制一个域值 T_{skel} ，当 $|r_{skel} - 0.5| < T_{skel}$ 时识别此特征区域为谷线或脊线。如图 5-6。

进一步的，我们可以算出区域的平均厚度 $\theta = A / l_s$ ，其中 A 是特征区域在三维空间中的面积。这个值可以认为就是该特征的最小曲率半径。

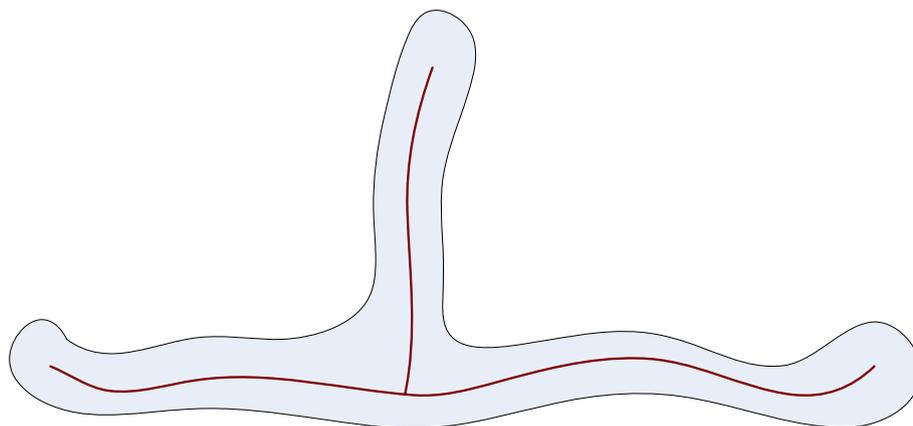


图 5-6 特征区域和它的骨架，骨架长度约为边界长的一半

当识别出特征为谷线或者脊线后，我们需要计算它到底是属于哪一种特征。对于 \mathbf{s} 上的每一个点 \mathbf{p}_i ，通过做过这一点且与 \mathbf{s} 垂直的平面，判断其与网格模型的交线是内弯还是外弯来决定此点属于谷线或者脊线。

需要注意的是， \mathbf{s} 上有可能不是所有的点都属于同一种类型，一般的，我们认为有多于 80% 的点属于同一种类型则判定此特征属于这种类型。否则，我们使用一种递归的切割算法，具体的讨论见 5.2.3。

清华大学综合论文训练

5.2.2 凸

一个理想的凸应该是一个类圆形，并且拥有一个几乎不存在的骨架。但是，由于存在种种误差，使得凸的骨架常常呈现不规则的星形。如图 5-7。

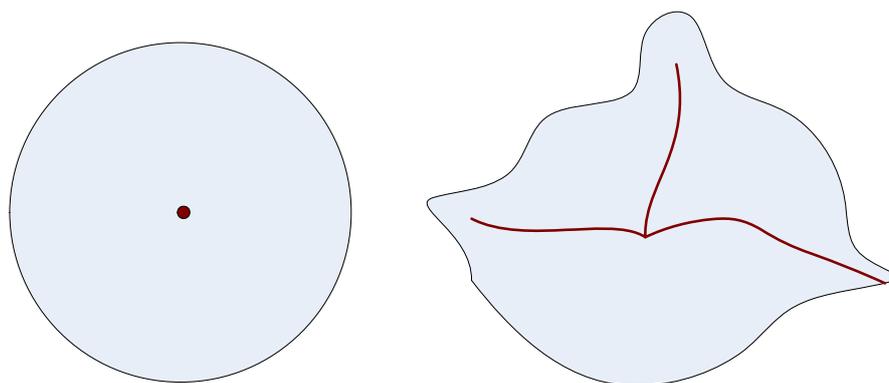


图 5-7 区域的骨架，左：完美的圆骨架为圆心一点；

右：由于存在小突起，使得骨架呈现出星形

这时我们使用另外的判别准则。注意到在欧氏空间中，凸的面积相对于其周长来说很大。从而我们计算：

$$r_{prong} := l_b^2 / (2\pi A)$$

注意当区域为平面上的圆时 $r_{prong} = 1$ ，而对于凸结构来说， $r_{prong} \ll 1$ 。因此我们定制一个域值 T_{prong} ，当 $r_{prong} < T_{prong}$ 时识别此特征区域为凸。

对于识别出的凸区域，我们希望能够找到它的尖点。这一点我们借助 5.1.1 中的准则(1)和(3)，寻找一个顶点，与它相连的每一个面片都尽可能的符合这两个准则。

5.2.3 用于增强分类结果的切割方法

5.2.1 和 5.2.2 描述了在理想状况下如何识别特征的算法。理想情况下，我们先识别一个特征是否是谷或者是脊，是的话将它们具体的识别出来，否则识别是不是凸。但是在实际使用中，并不常常遇到理想状况，很多时候，多种不同的特征被粘在了一起。

清华大学综合论文训练

我们的做法是引入了一种递归的切割算法如下：

- (1) 进行特征识别，如果识别成功，则退出，否则转(2)；
- (2) 对特征的骨架做切割，使得每一个切割的骨架片段具有超过80%的点属于同一种（谷或脊）；
- (3) 使用过切割点且与骨架垂直的直线将特征区域分成许多子区域；
- (4) 对每个区域，转(1)。

经过我们的分割算法，我们发现绝大部分的特征都能够得到正确的识别。



图 5-8 Lucy 模型的特征提取识别结果

清华大学综合论文训练

5.2.4 结果分析

图 1-13 给出了 Asian Dragon 模型的识别结果，图 5-9 是其局部放大，图 5-8 给出了 Lucy 模型的识别结果。结果图中桔红色的表示脊线，蓝色的为谷线，紫色的为凸。

由于尽可能的使用了积分不变量以及一些离散的计算方法，因此我们的算法速度上具有很大的优势。以 Lucy 模型为例，我们的算法将 Lucy 模型从 500K 个顶点重构到 120K 顶点的规模，花了不到 10 分钟，之后做特征的提取、识别，花了 2 分钟。而在处理同样规模的模型时，[Ohtake2004]算法需要的时间为数小时。



图 5-9 Asian Dragon 模型

5.3 基于特征分类的特征编辑

一般的特征编辑算法侧重于直接对网格上的所有特征进行编辑，这样的

清华大学综合论文训练

劣势是经过这样的编辑，所有的特征都遭到了改变，非特征区域也或多或少的会受到影响。

我们提出了一种基于特征分类的特征编辑，即：在特征分类的结果上对特定特征进行编辑。这样的做法符合人的理解习惯，且不会对非特征区域产生影响。

对于凸特征，我们通过改变其顶点坐标并固定边界区域，加上优化一个能量函数来编辑。我们使用了[Botsch2004]中描述的算法。对于谷线和脊线，我们改变它们的骨架位置、固定边界区域，优化一个能量函数，具体的方法来自[Singh1998]。

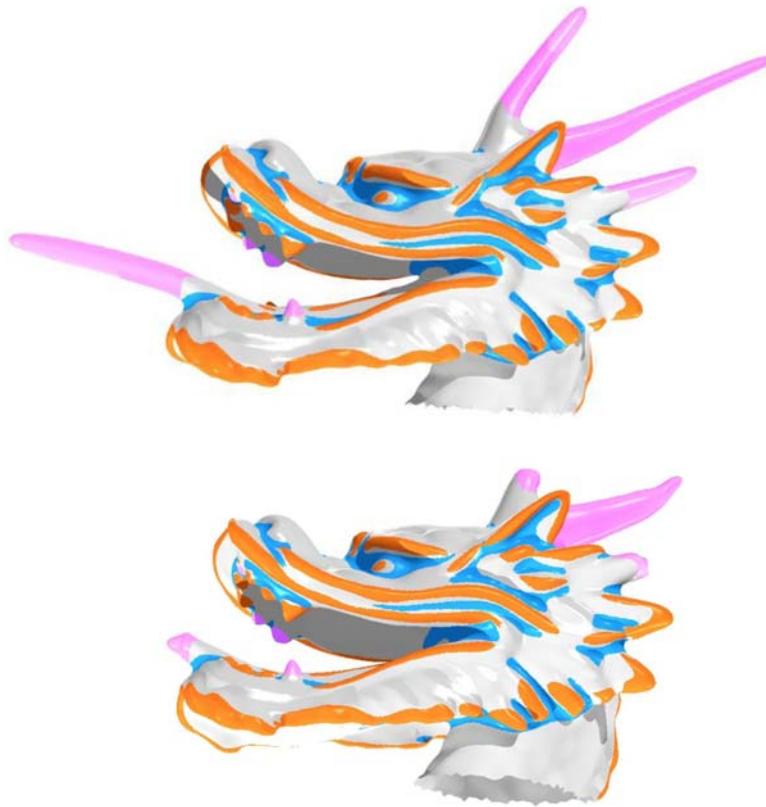


图 5-10 对凸特征的编辑，上：拉伸；下：压缩

对凸特征编辑的结果参见图 5-10，上为对凸特征的拉长效果，下为对凸特征的缩短效果。对脊线的编辑效果参见图 5-11，左为原始 Lucy 模型，右为将脊线向上“拽起”得到的锐化模型。



图 5-11 锐化的效果，左：原始 Lucy 模型；右：锐化后的模型

清华大学综合论文训练

第六章 网格分割算法

6.1 算法框架描述

我们使用 FS 空间内的各向同性网格重构算法（第四章中描述的）简化原始网格。对新网格使用与[Katz2003; Liu2004]类似的算法框架。另外我们使用了多分辨的网格结构，这在 6.3 中得到讨论。

总的来说，我们的算法框架如下：

- (1) 对简化过的网格，预计算三角面片之间的距离。计算的方式具体在 6.2 中描述。这个距离应该是一个包含了 R^3 中测地距离、曲率相关的测地距离和纹理相关的距离的一个综合体。
- (2) 选择一些初始的种子。种子的个数可以由人工指定或者根据[Katz2003]中的估计算法计算得到。种子的位置可以由人工指定或者随机的选择一些三角面片。
- (3) 对每一个三角面片，将其归为距其最近的种子点所在的聚类。
- (4) 对每个聚类，种子点 r_i 更新成使得：

$$\sum_{r_i} \sum_{f \in \text{Region}(r_i)} D(f, r_i)$$

最小的面片。

- (5) 迭代(3)和(4)，直到若干步，或达到一个稳定值（种子不再变化）。一般的，迭代约 10 步左右就已足够。
- (6) 对每个聚类的边界，进行 5.1.3 中描述的边界光顺算法，使得最终的结果具有边界光滑的特点。

这个算法框架中最重要的是距离值的定义，在 6.2 中我们详细分析了这个问题。

6.2 距离计算

一般的，我们认为有三个量影响距离： R^3 中测地距离、曲率相关的测地距

清华大学综合论文训练

离和纹理相关的距离。我们首先定义相邻面片之间的距离函数 $D_{geod}(f_i, f_j)$ 、 $D_{curv}(f_i, f_j)$ 、 $D_{texture}(f_i, f_j)$ ，然后使用 Dijkstra 算法将计算出面片两两之间的距离。

相邻面片之间的距离函数定义如下：

$$\begin{aligned} D(f_i, f_j) &= c_1 \cdot D_{geod}(f_i, f_j) / \bar{D}_{geod} \\ &+ c_2 \cdot D_{curv}(f_i, f_j) / \bar{D}_{curv} \\ &+ (1 - c_1 - c_2) \cdot D_{texture}(f_i, f_j) / \bar{D}_{texture} \end{aligned}$$

其中 c_1 、 c_2 均为常数，一般的，我们取 $0.1 \leq c_1 \leq 0.2$ ， $0.7 \leq c_2 \leq 0.9$ 。

相邻面的测地线距离 $D_{geod}(f_i, f_j)$ 定义为两个面片重心分别到其公共边中点距离之和（ R^3 欧氏度量下）。

为了计算其它两种面积，我们定义网格上每一个点的扭曲度。对一个顶点 v ，我们选取 v 周围的 r 环邻域（一般的， $r=1$ 或 $r=2$ ）来近似的逼近 FS 度量下的测地邻域。计算(9)式定义的两个扭曲值 λ_{min} 、 λ_{max} 及其对应方向 \mathbf{d}_{min} 、 \mathbf{d}_{max} 。实际计算中，使用邻域边界点到 v 最近和最远的两个点（距离为 Δ_{min} 和 Δ_{max} ），估计 $\lambda_{min} = \Delta_{min}/l$ ， $\lambda_{max} = \Delta_{max}/l$ ，其中 l 是在 FS 度量下测地邻域的半径，为一常数。 \mathbf{d}_{min} 为直接连接 v 到距离其最近点得到， \mathbf{d}_{max} 取其正交方向。

如图 6-1(a)，我们定义：

$$\lambda_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1,2} (\lambda_{min}^i \mathbf{d}_{min}^i + \lambda_{max}^i \mathbf{d}_{max}^i) \cdot \mathbf{n}_e$$

从而定义：

$$D_{curv}(f_i, f_j) = \eta G \left(\frac{1}{\lambda_e} - 1 \right)$$

其中 η 是一个控制谷和脊影响力的因子。从心理学观点来看，谷线比脊线具有更强烈的分割效果。因此当 f_i 、 f_j 之间凹时， η 取 1.0，反之，则取一个比较小的值，比如说 $0.1 \leq \eta \leq 0.2$ 。 G 则是一个非线性映射，它在特征明显的区域放大了特征的作用，而在特征不明显的区域抑制了特征的作用。在实验中，我们取：

$$G(x) = 1 - \cos \left(\frac{\pi}{c} \min(x, c) \right)$$

清华大学综合论文训练

c 是一个域值，我们取 $c = 0.5$ 。

大多数前人关于模型分割方面的工作都没有考虑过几何纹理。而在人的理解中，纹理是非常重要的因素，参见图 6-2。我们的算法则包含了纹理项。

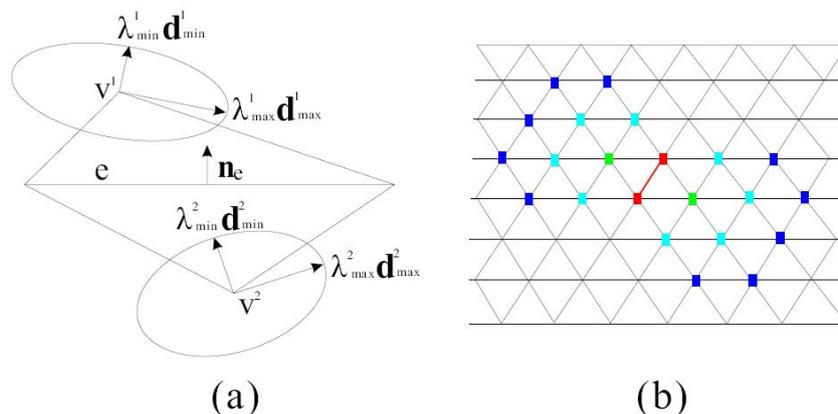


图 6-1 扭曲的估计(a)以及为几何统计的采样(b)

一般的，我们定义积分不变量：

$$\rho = \sqrt{\text{Area in } R^3 / \text{Area in } R^2}$$

小的 ρ 值对应至少一个方向上的大曲率。

我们通过以下方法计算 $D_{texture}(f_i, f_j)$ ：首先我们向两个面公共边的两边分别采样（图 6-1(b)），接着我们计算这两个区域内 λ_{min} 和 ρ 的平均值和标准差（乘以一个因子使得这两个值具有类似的大小）作为统计信息，记录在向量 V 中。定义：

$$D_{texture}(f_i, f_j) = \|V_i - V_j\|^2$$

根据常数项 c_1 和 c_2 不同的取值，我们可以调整各种距离的影响力。特别的，当 $c_1 + c_2 = 1$ 时，我们的算法退化为和一般的算法类似的算法。此时 $D_{texture}(f_i, f_j)$ 项不起作用，一个分割的结果如图 6-2(a)所示。由于没有考虑纹理项，因此分割算法只按照特征进行了分割。而我们取 $c_1 = c_2 = 0.1$ 得到的结果如图 6-2(b)所示。可以看到这个分割结果和心理学意义上的分割结果一样。图 6-2(c)显示了在一个具有条状纹理的半圆柱曲面上蚀刻了 PG 两个大写字母，我们的算法能够正确的将模型分片。

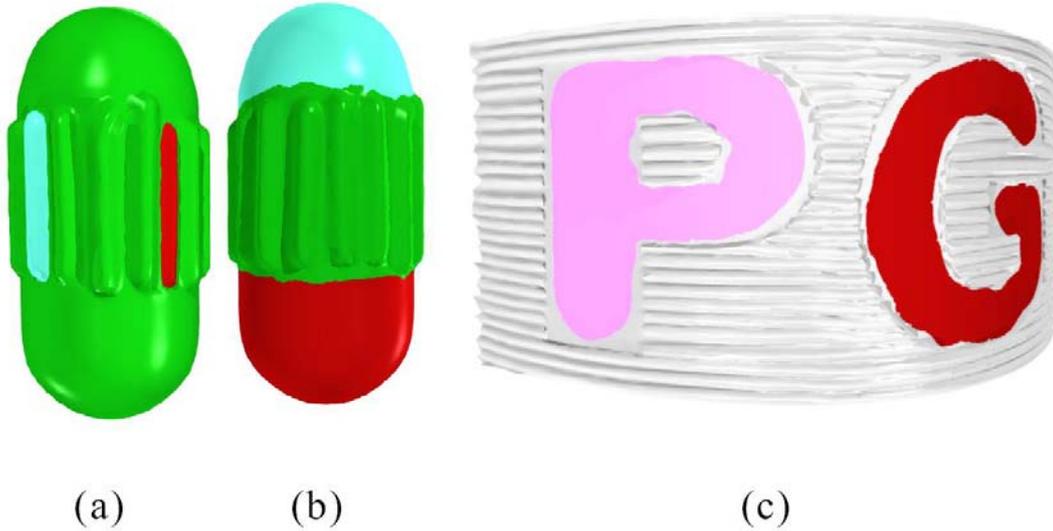


图 6-2 带纹理的分割结果，(a)无纹理距离的结果；(b)含纹理距离的；(c)PG 的切割效果

6.3 多分辨的网格分割

传统的网格分割算法，一个常见的问题是不能处理非常精细的模型。这是因为要使用聚类算法，需要储存每一个面对之间的距离，这样面片的数目理论上不应该太多，一般需要小于 10K。显然这无法满足很多情况下的需要。

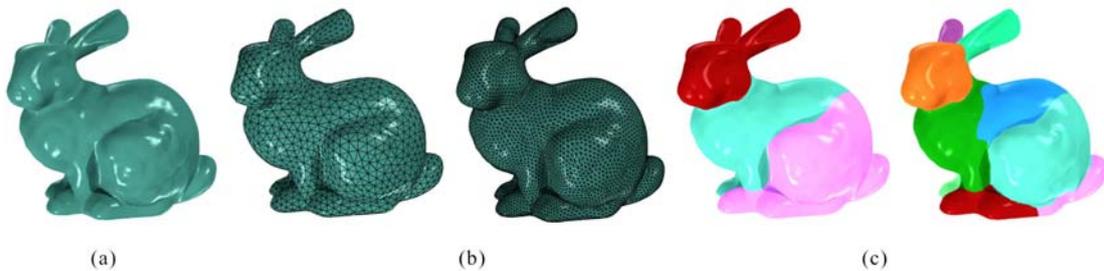


图 6-3 多分辨的网格分割流程图，(a): 原始网格；
(b): 多分辨的重构算法；(c): 多分辨的分割算法

我们的解决方案是利用我们多分辨的网格重构算法（具体参见 4.2），先在低分辨率的网格上进行模型分割，之后对分割出来的各个部分再进行分割，如果发现某个分割出来的部分面片数太少则将其映射到高分辨率的重构网格上

清华大学综合论文训练

(由于我们多分辨率的网格重构算法具有高低规模模型之间精确的对应关系，因此这样的操作非常简单)。

这样可以一直分解，直到人为地命令其停止或者分到足够的层数。流程图如图 6-3 所示，其中通过将原始网格(a)多分辨重构成网格(b1)、(b2)，再使用多分辨的分割算法，得到(c1)、(c2)。

6.4 结果分析

图 6-4 显示了分别对老鹰的模型和对 Lucy 的模型进行多分辨模型分割算法的结果。可以看到即使是非常精细的区域，用我们的算法也能够成功的分割出来。

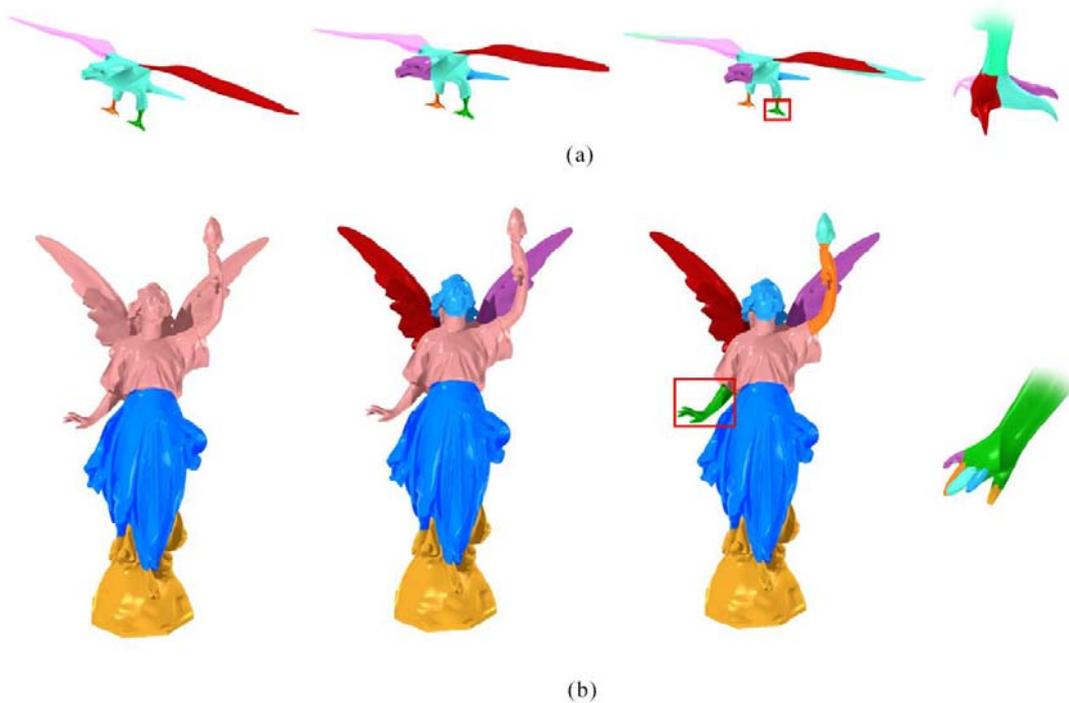


图 6-4 多分辨率分割的结果，(a): 老鹰模型；(b): Lucy 模型

清华大学综合论文训练

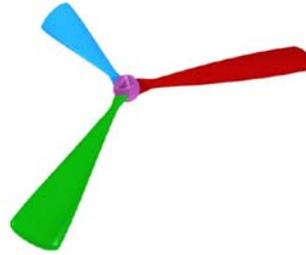
图 6-5 显示了一些其他的分割结果，每一个模型的原始规模附在说明中。



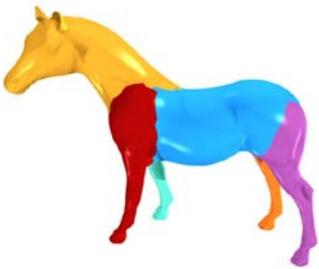
(a) 6,620 triangles
3 patches



(b) 9,984 triangles
6 patches



(c) 59,008 triangles
4 patches



(f) 96,972 triangles
6 patches



(g) 35,245 triangles
3 patches



(h) 151,558 triangles
8 patches



(d) 654,666 triangles
6 patches



(e) 76,438 triangles
6 patches



(j) 345,944 triangles
9 patches

图 6-5 一些模型分割结果

清华大学综合论文训练

在速度上，由于我们的算法并没有额外的开销，因此在时间复杂度上和以前的算法是可比的，耗时量类似。

清华大学综合论文训练

第七章 结论与未来展望

在数字几何处理领域，特别是网格的编辑和处理方法中，特征区域含有的信息量得到了越来越多的重视。国际上有许多特殊的领域都展开了对于特征敏感的处理方法的研究。

本文的主要贡献是提供了一个可以适用于很多算法的特征敏感的几何处理框架。提出了 **FS** 空间和 **FS** 度量的概念。在 **FS** 空间中进行的很多计算都具有积分不变量的特点，其避免了估计网格的局部曲率甚至局部曲率的导数，使得框架中的算法较一般的特征敏感的特定算法更加稳定，且不容易被噪声影响。

在我们的框架中，我们实现了特征敏感的参数化方法、特征敏感的几何图象方法、特征敏感的表面拟合方法。显示了我们的特征敏感几何处理框架在处理特征方面的优势。

除此之外，我们特别的发展了特征敏感的网格重构算法，并且使用其进行了特征的提取、识别、编辑以及网格分割的研究。我们的研究和前人的工作有相似之处，但是在我们的工作中由于使用了特征敏感的几何处理框架和特征敏感的网格重构算法，使得我们的工作具有更高的效率，更好的鲁棒性。我们也提出了一些前人没有研究的算法，如凸特征的识别算法，基于纹理的分割算法等等。

对于本文提出的这个理论框架，我们希望能够进一步得到完善。特别的，其中 w 参数的取值，目前我们知道到这是一个尺度相关的概念，它的取值很大一部分都依赖于特定的模型和实验的结果。我们希望能够未来通过统计等方法研究 w 参数合理的取值。

对于特征提取、识别、编辑以及网格分割这两个应用，我们的研究也有不完全的地方。比如目前我们对凸特征的提取还不够完美，还不能处理严重不对称的凸特征，比如图 1-13 中的靠后的两个角，我们还不能使得识别结果达到角的低端。这可能通过一些非不对称的方法来解决。再例如图 6-2 中展示的纹理分割的结果，我们的结果在纹理的分界处有偏向平坦区域的现象（溢出现象），这也是在后续的工作中需要改进的。

清华大学综合论文训练

参考文献

- [Alliez2002] ALLIEZ, P., MEYER, M., AND DESBRUN, M. 2002. Interactive geometry remeshing. In *ACM SIGGRAPH 2002*, 347–354.
- [Alliez2003a] ALLIEZ, P., COHEN-STEINER, D., DEVILLERS, O., L'EVY, B., AND DESBRUN, M. 2003. Anisotropic polygonal remeshing. In *ACM SIGGRAPH 2003*, 485–493.
- [Alliez2003b] ALLIEZ, P., DE VERDI `ERE, E. C., DEVILLERS, O., AND ISENBURG, M. 2003. Isotropic surface remeshing. In *Proceedings of Shape Modeling International*, 49–58.
- [Bajaj2003] BAJAJ, C., AND XU, G. 2003. Anisotropic diffusion on surfaces and functions on surfaces. *ACM Transactions on Graphics* 22, 4–32.
- [Botsch2004] BOTSCH, M., AND KOBBELT, L. 2004. An intuitive framework for real-time freeform modeling. In *SIGGRAPH 2004*, 630–634.
- [Clarenz2004a] CLARENZ, U., GRIEBEL, M., RUMPF, M., SCHWEITZER, M. A., AND TELEA, A. 2004. Feature sensitive multiscale editing on surfaces. *Visual Computer* 20, 5, 329–343.
- [Clarenz2004b] CLARENZ, U., LITKE, N., AND RUMPF, M. 2004. Axioms and variational problems in surface parameterization. *Computer-Aided Geom. Design* 21, 8, 727–749.
- [Cohen-Steiner2003] COHEN-STEINER, D., AND MORVAN, J.-M. 2003. Restricted Delauney triangulations and normal cycles. In *Proc. 19th ACM Sympos. Comp. Geometry*, 237–246.
- [Cohen-Steiner2004] COHEN-STEINER, D., ALLIEZ, P., AND DESBRUN, M. 2004. Variational shape approximation. In *ACM SIGGRAPH 2004*, 905–914.
- [Do Carmo1976] DO CARMO, M. P. 1976. *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Prentice-Hall.
- [Duda2001] DUDA, R. O., HART, P. E., AND STORK, D. G. 2001. *Pattern Classification*. Wiley Interscience.
- [Erickson2002] ERICKSON, J., HAR-PELED, S., 2002. Optimally Cutting a Surface into a Disk, *Discrete & Computational Geometry*, 2002
- [Floater2005] FLOATER, M. S., AND HORMANN, K. 2005. Surface parameterization: a tutorial and survey. In *Advances in Multiresolution for Geometric Modelling*, N. A. Dodgson, M. S. Floater, and M. A. Sabin, Eds. Springer, Berlin, Heidelberg, 157–186.

清华大学综合论文训练

- [GeometryFactory2004] GeometryFactory, 2004. CGAL library.
- [Gu2002] GU, X., GORTLER, S. J., AND HOPPE, H. 2002. Geometry images. In *ACM SIGGRAPH 2002*, 355–361.
- [Gu2003] GU, X., YAO, S. 2003. Global Conformal Surface Parameterization, In *ACM Symposium on Geometry Processing 2003*.
- [Heijmans1994] HEIJMANS, H. 1994. *Morphological image operators*. Academic Press, Boston.
- [Hildebrandt2004] HILDEBRANDT, K., AND POLTHIER, K. 2004. Anisotropic filtering of non-linear surface features. *Computer Graphics Forum 23*, 391–400.
- [Hofer2004] HOFER, M., AND POTTMANN, H. 2004. Energy-minimizing splines in manifolds. In *ACM SIGGRAPH 2004*, 284–293.
- [Hoppe1993] HOPPE, H., DEROSE, T., DUCHAMP, T., MCDONALD, J., STUETZLE, W., 1993. Mesh Optimization, In *ACM SIGGRAPH 1993*
- [Hoppe1996] HOPPE, H., 1996. Progressive Meshes, In *ACM SIGGRAPH 1996*
- [Jones2003] JONES, T. R., DURAND, F., AND DESBRUN, M. 2003. Noniterative, feature preserving mesh-smoothing. In *ACM SIGGRAPH 2003*, 943–949.
- [Ju2002] JU, T., LOSASSO, F., SCHAEFER, S., AND WARREN, J. 2002. Dual contouring of Hermite data. In *ACM SIGGRAPH 2002*, 339–346.
- [Katz2003] KATZ, S. and Tal. A., 2003. Hierarchical mesh decomposition using fuzzy clustering and cuts. In *ACM SIGGRAPH 2003*.
- [Kelly1999] KELLEY, C. T. 1999. *Iterative Methods for Optimization*. SIAM.
- [Kimmel1998] KIMMEL, R., AND SETHIAN, J. A. 1998. Computing geodesic paths on manifolds. *Applied Mathematics 95* (July), 8431–8435.
- [Kimmel2000] KIMMEL, R., MALLADI, R., AND SOCHEN, N. 2000. Images as embedded maps and minimal surfaces: movies, color, texture and volumetric medical images. *Intl. J. Computer Vision 39*, 111–129.
- [Kobbelt2001] KOBBELT, L. P., BOTSCH, M., SCHWANECKE, U., AND SEIDEL, H.-P. 2001. Feature sensitive surface extraction from volume data. In *ACM SIGGRAPH 2001*, 57–66.
- [Levoy2000] LEVOY, M. et al, 2000. The Digital Michelangelo Project: 3D Scanning of Large Statues, In *ACM SIGGRAPH 2000*.
- [Liu2004] LIU, R. and Zhang, H. 2004. Segmentation of 3D meshes through spectral clustering. In *Proceedings of 12th Pacific Graphics*, pages 298–305, Oct 2004.
- [Manay2004] MANAY, S., HONG, B.-W., YEZZI, A. J., AND SOATTO, S. 2004. Integral invariant signatures. In *Proc. ECCV 2004*, Springer, 87–99.

清华大学综合论文训练

- [Mount1998] MOUNT, D., 1998. ANN library.
- [Ohtake2003] OHTAKE, Y., BELYAEV, A., ALEXA, M., TURK, G., AND SEIDEL, H.-P. 2003. Multi-level partition of unity implicits. *ACM Trans. on Graphics* 22, 3, 463-470. *Proc. ACM SIGGRAPH 2003*.
- [Ohtake2004] OHTAKE, Y., BELYAEV, A., AND SEIDEL, H.-P. 2004. Ridgevalley lines on meshes via implicit surface fitting. In *ACM SIGGRAPH 2004*, 609–612.
- [Pauly2002] PAULY, M., GROSS, M., AND KOBBELT, L. 2002. Simplification of point-sampled surfaces. In *Proceedings of IEEE Visualization*, 163–170.
- [Porteous1994] PORTEOUS, I. R. 1994. *Geometric Differentiation for the Intelligence of Curves and Surfaces*. Cambridge Univ. Press.
- [Pottmann2003] POTTMANN, H., LEOPOLDSEDER, S. 2003. A concept for parametric surface fitting which avoids the parametrization problem. *Computer Aided Geometric Design* 20 (2003), 343-362.
- [Pottmann2004] POTTMANN, H., STEINER, T., HOFER, M., HAIDER, C., AND HANBURY, A. 2004. The isophotic metric and its application to feature sensitive morphology on surfaces. In *Proceedings of ECCV 2004*, Part IV, Springer, vol. 3021 of Lecture Notes in Computer Science.
- [Ross12000] ROSSL, C., KOBBELT, L., AND SEIDEL, H.-P. 2000. Extraction of feature lines on triangulated surfaces using morphological operators. In *Proceedings of the 2000 AAAI Symposium on Smart Graphics*.
- [Sander2001] SANDER, P., SNYDER, J., GORTLER, S., AND HOPPE, H. 2001. Texture mapping progressive maps. In *ACM SIGGRAPH 2001*, 409–416.
- [Sander2002] SANDER, P. V., GORTLER, S. J., SNYDER, J., AND HOPPE, H. 2002. Signal-specialized parameterization. In *Proc. Eurographics Workshop on Rendering 2002*, 87–100.
- [Singh1998] SINGH, K., AND FIUME, E. 1998. Wires: a geometric deformation technique. In *ACM SIGGRAPH 98*, 405–414.
- [Surazhsky2003] SURAZHSKY, V., ALLIEZ, P., AND GOTSMAN, C. 2003. Isotropic remeshing of surfaces: a local parameterization approach. In *Proceedings of 12th International Meshing Roundtable*, 215–224.
- [Surazhsky2005] SURAZHSKY, V., SURAZHSKY, T., KIRSANOV, D., GORTLER, S., AND HOPPE, H. 2005. Fast exact and approximate geodesics on meshes. In *ACM SIGGRAPH 2005*. to appear.
- [Varady2002] VARADY, T., AND MARTIN, R. 2002. Reverse engineering. In *Handbook of CAGD*, North Holland, 651–681.

清华大学综合论文训练

- [Vicent1989] VINCENT, L. 1989. Graphs and mathematical morphology. *Signal Processing* 16, 365–388.
- [Vorsatz2001] VORSATZ, J., ROESSL, C., KOBBELT, L., AND SEIDEL, H.-P. 2001. Feature sensitive remeshing. *Computer Graphics Forum* 20, 3, 393.
- [Witkin1994] WITKIN, A., AND HECKBERT, P. 1994. Using particles to sample and control implicit surfaces. In *ACM SIGGRAPH 94*, 269–277.
- [Zelinka2004] ZELINKA, S., AND GARLAND, M. 2004. Similarity-based surface modelling using geodesic fans. In *Proceedings of Eurographics Symposium on Geometry Processing (2004)*, 209–218.

清华大学综合论文训练

致谢

感谢这篇文章的主要合作者：来煜坤、胡事民、Helmut Pottmann、Johannes Wallner、Ralph R. Martin。真是由于一起合作才能有这么多的研究成果。

我要特别感谢我的导师胡事民老师，正是在他悉心的教导下，我能够适应研究的生活，并在很短的时间内学到了很多，使得自己拥有了独立研究的能力。在他的指导下，我们小组合作愉快，产生了很多的研究成果。

我还要感谢我的师兄来煜坤，他理解问题的超然视角，高超的研究水平，以及遇到困难时坚忍不拔的精神给了我很大的榜样作用。

另外我还要特别感谢国外和我们合作的三位教授。他们给予了我们国际最新最广阔的视野。这一篇文章离不开他们的辛勤工作。

最后我要感谢所有支持我的人。

清华大学综合论文训练

声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

签 名：_____日 期：_____

清华大学综合论文训练

A Brief Survey

Feature detection and classification:

Features, especially feature lines (crest lines) have been discussed from a differential geometric perspective [Porteous1994]. Feature extraction can then be performed by estimating differential quantities via local or global surface fitting (see [Ohtake2004] and the references therein). These works are mostly based on curvature and curvature differential estimators. They discussed the situation that the curvature on a single edge comes to an extremum and thus identify these points as feature points. Their feature lines are detected by flowing through feature points in the direction orthogonal to the maximum main curvature direction. These works are pioneer. However, curvature and its differential are usually sensitive to noise on scanned model. To improve the quality of the differential quantities estimator, implicit surface fitting is often introduced to calculate these values on the discrete mesh model.

Some other approach that avoids curvature estimators was studied. Aiming at higher robustness, feature extraction has also been based on appropriate integral invariants such as moments of local neighborhoods [Clarenz2004a]. These works avoid estimating the differential quantities, by calculating the relationship between integral quantities (positions, normals, etc.).

Other feature sensitive approaches:

In other aspects, feature sensitivity mostly has been investigated in connection with specific applications.

Feature sensitive surface extraction from volume data was studied in [Kobbelt2001; Ju2002]. By introducing a feature estimator, these works perform a feature preserving operation at feature areas, which would preserve more features – especially sharp features – in original data.

Feature sensitive sampling for remeshing was introduced in [Botsch2001] while

清华大学综合论文训练

feature sensitive remeshing was studied in [Vorsatz2001; Alliez2002; Alliez2003a; Alliez2003b]. These approaches use a curvature estimator, and make connections between these quantities and traditional sampling or remeshing approaches. These methods can lead to curvature related isotropic results or anisotropic results. The curvature related isotropic results would generate large triangles in the flat area and small triangles in the feature area. The anisotropic remeshing would make triangles sliver at feature areas, with the long direction of the triangles point to the feature direction.

[Bajaj2003; Hildebrandt2004; Jones2003] describes a feature filtering and smoothing approach. Their works concentrate in the curvature in large scale. By ignoring curvatures in small scale, they get a feature preserving smoothing result.

Feature related works dealing with normals:

Almost any work dealing with features incorporates surface normals, and there is even some work which does this in a way which is close to ours: [Cohen-Steiner2004] aim at approximating surfaces with help of Lloyd's clustering algorithm and a geometric error metric based on surface normals. Apart from the fact that we do not base our FS-metric on normals only, this is related to the FS-metric. However, the authors of [Cohen-Steiner2004] do not exploit the FS-metric and the related image manifold in the context of a general feature sensitive geometry processing framework. The image manifold is also related to curvature estimation based on normal cycles [Cohen-Steiner2003].

[Sander2002] mentions that normals can be considered as 3-dimensional signals. In this way, they achieve results similar to feature sensitive geometry images described in our paper.

Overview of segmentation algorithm:

Image segmentation is a key step in image analysis and understanding, and has received much attention. Its counterpart on 3D surfaces has been studied only much

清华大学综合论文训练

more recently. Segmentation methods generally fall into two classes: region based, and boundary based. Segmentation methods rely on estimating local properties.

Boundary based approaches use special values of these local properties as candidate locations for boundaries, and regions are deduced from the located boundaries. These works often perform feature detection first, and then a depth-first algorithm is introduced to pick up regions.

On the other hand, region based methods, however, look for areas having similar properties, which define the regions, and the boundaries are deduced from them. By defining a distance function, all the pairs of triangles on the mesh can be assigned to a distance value which is calculated by geodesic algorithm. Various operators have been used for estimating properties (e.g. defining the distance function). Some methods use discrete curvature estimators. Other work [Kats2003; Liu2004] uses a combination of geodesic and angular distances for similarity measurement, angular distances being a function of dihedral angle between adjacent triangles.

综合论文训练任务书

姓名 周谦益 学号 2001011689 班号 计16

系别 计算机系 同组姓名 _____ 指导教师 胡事民

一、 课题名称:

特征敏感的网格处理方法

Feature Sensitive Mesh Editing

二、 论文主要内容及进度安排:

- 1、调研，研究项目的可行性（1—4周）
- 2、实现前人已有的工作（5—6周）
- 3、在理论框架的基础上进行自己的研究（7周一还剩最后两周）
- 4、总结，写论文，答辩（最后两周）

三、 论文主要要求 (如主要指标):

1、 研究 FS 理论框架及其度量的性质

需要研究 FS 空间的性质,其微分几何意义。网格在 FS 空间内的一些值对应的特殊意义。如 FS 度量下的距离、面积等对应的三维空间内的几何意义。

2、 实现基于 FS 理论框架的参数化相关算法

实现 FS 理论框架下 Stretch Minimization 参数化算法,研究这种参数化的性质,并观察其几何意义。使用这种参数化方法进行特征敏感的几何图象、特征敏感的表面拟合算法的研究。

3、 实现基于 FS 理论框架的网格重构算法

实现 FS 理论框架下网格重构算法,要求支持在 FS 空间内的各向同性的网格重构。并且要求做到多分辨率网格重构。

4、 实现特征提取、识别、编辑算法

基于特征敏感的网格重构算法,进行特征提取、识别、编辑的算法研究,要求做到比现有的算法高效、快速、鲁棒。

5、 实现网格分割算法

利用前面的研究成果进行网格分割算法的研究。

四、 主要参考文献:

- [Alliez2003a] ALLIEZ, P., COHEN-STEINER, D., DEVILLERS, O., L'EVY, B., AND DESBRUN, M. 2003. Anisotropic polygonal remeshing. In *ACM SIGGRAPH 2003*, 485-493.
- [Alliez2003b] ALLIEZ, P., DE VERDI 'ERE, 'E. C., DEVILLERS, O., AND ISENBURG, M. 2003. Isotropic surface remeshing. In *Proceedings of Shape Modeling International*, 49-58.
- [Botsch2004] BOTSCH, M., AND KOBELT, L. 2004. An intuitive framework for real-time freeform modeling. In *SIGGRAPH 2004*, 630-634.
- [Clarenz2004a] CLARENZ, U., GRIEBEL, M., RUMPF, M., SCHWEITZER, M. A., AND TELEA, A. 2004. Feature sensitive multiscale editing on surfaces. *Visual Computer* 20, 5, 329-343.
- [Clarenz2004b] CLARENZ, U., LITKE, N., AND RUMPF, M. 2004. Axioms and variational problems in surface parameterization. *Computer-Aided Geom. Design* 21, 8, 727-749.
- [Do Carmo1976] DO CARMO, M. P. 1976. *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Prentice-Hall.

- [Gu2002] GU, X., GORTLER, S. J., AND HOPPE, H. 2002. Geometry images. In *ACM SIGGRAPH 2002*, 355–361.
- [Gu2003] GU, X., YAO, S. 2003. Global Conformal Surface Parameterization, In *ACM Symposium on Geometry Processing 2003*.
- [Hofer2004] HOFER, M., AND POTTMANN, H. 2004. Energy-minimizing splines in manifolds. In *ACM SIGGRAPH 2004*, 284–293.
- [Jones2003] JONES, T. R., DURAND, F., AND DESBRUN, M. 2003. Noniterative, feature preserving mesh-smoothing. In *ACM SIGGRAPH 2003*, 943–949.
- [Katz2003] KATZ, S. and Tal. A., 2003. Hierarchical mesh decomposition using fuzzy clustering and cuts. In *ACM SIGGRAPH 2003*.
- [Liu2004] LIU, R. and Zhang. H. 2004. Segmentation of 3D meshes through spectral clustering. In *Proceedings of 12th Pacific Graphics*, pages 298–305, Oct 2004.
- [Ohtake2004] OHTAKE, Y., BELYAEV, A., AND SEIDEL, H.-P. 2004. Ridgevalley lines on meshes via implicit surface fitting. In *ACM SIGGRAPH 2004*, 609–612.
- [Pottmann2004] POTTMANN, H., STEINER, T., HOFER, M., HAIDER, C., AND HANBURY, A. 2004. The isophotic metric and its application to feature sensitive morphology on surfaces. In *Proceedings of ECCV 2004*, Part IV, Springer, vol. 3021 of Lecture Notes in Computer Science.
- [Ross12000] ROSSL, C., KOBELT, L., AND SEIDEL, H.-P. 2000. Extraction of feature lines on triangulated surfaces using morphological operators. In *Proceedings of the 2000 AAAI Symposium on Smart Graphics*.
- [Surazhsky2005] SURAZHISKY, V., SURAZHISKY, T., KIRSANOV, D., GORTLER, S., and HOPPE, H. 2005. Fast exact and approximate geodesics on meshes. In *ACM SIGGRAPH 2005*. to appear.
- [Varady2002] VARADY, T., AND MARTIN, R. 2002. Reverse engineering. In *Handbook of CAGD*, North Holland, 651–681.
- [Witkin1994] WITKIN, A., AND HECKBERT, P. 1994. Using particles to sample and control implicit surfaces. In *ACM SIGGRAPH 94*, 269–277.
- [Zelinka2004] ZELINKA, S., AND GARLAND, M. 2004. Similarity-based surface modelling using geodesic fans. In *Proceedings of Eurographics Symposium on Geometry Processing (2004)*, 209–218.

指导教师签字

胡事民

教学负责人签字

年 月 日

指导教师评语:

周谦益同学的学位论文研究特征敏感的图像处理技术,以积分不变量计算代替传统的微分算子,提出并实现了新的特征识别与编辑、图像分割两类高效算法,论文成果已投IEEE TUG, The visual Computer。该论文内容充实,有较新创新,是一篇优秀的学位论文

指导教师(签字)

胡事民

评阅教师评语:

同意

陶品

评阅教师(签字)

陶品

答辩小组意见:

同意

组长(签字)

陶品

成绩:

95

教学负责人(签字)

陶品

2005年6月21日